

ชื่อโครงการ (ภาษาไทย) : วิคไฮเพอร์สับสติติวชัน และ โพลิโนเมียลไฮเพอร์ไเดนติตี้

(ภาษาอังกฤษ) : Weak hypersubstitutions and

Polynomial hyperidentities.

ชื่อผู้เขียน : ผศ.สรศักดิ์ ลีรัตนาวลี และ อ.ดร.ศรีจันทร์ อวารณ์

บทคัดย่อ

ฟังก์ชันจากเซตของสัญลักษณ์ของการดำเนินการ ไปยังเซตของโพลิโนเมียล โดยรักษาระดับถูกเรียกว่า วิคไฮเพอร์สับสติติวชัน และจะเรียกโพลิโนเมียลไเดนติตี้ของวาระใด ๆ ที่มีสมบัติปิดภายใต้การวิคไฮเพอร์สับสติติวชัน ว่า โพลิโนเมียลไฮเพอร์ไเดนติตี้

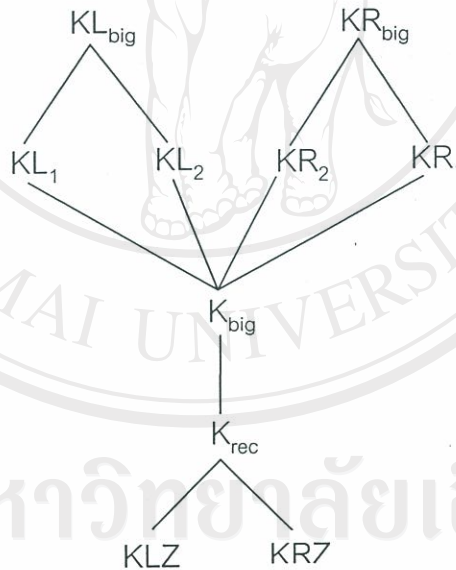
วัตถุประสงค์ของการวิจัย เป็นการศึกษาค้นคว้าหาองค์ความรู้ใหม่ทางด้านพีชคณิตจักรวาล ผลงานที่ได้จากการศึกษาค้นคว้ามีดังนี้

1. ได้มีการศึกษาโมโนยด์ $\text{Hyp}_w(\tau, \bar{A})$ ของวิคไฮเพอร์สับสติติวชันชนิด $\tau = (2)$ และเซตของค่าคงที่ พบว่าเซตของค่าคงที่ที่ต้องมีสมาชิกจำนวนมากเพียงพอ
2. ได้มีการศึกษาสมบัติของเซมิกรุปที่เป็นสับโมโนยด์จำกัดของ $\text{Hyp}_w(2, \bar{A})$ เช่น Pre_w , Left_w และ Right_w ซึ่งพบว่า
 - 2.1 $Z_C = \text{PMod} \{ xy \approx uv \}$ เป็นนอนทรีเวียลฟรีโซลิดโพลิโนเมียลวาระใด ๆ ที่ใหญ่ที่สุดของเซมิกรุปที่ไม่เป็นโซลิดโพลิโนเมียลวาระใด ๆ และเป็นฟรีโซลิดโพลิโนเมียลวาระใด ๆ ของเซมิกรุปเพียงคลาสเดียวที่ไม่เป็นโซลิดโพลิโนเมียลวาระใด ๆ
 - 2.2 ฟรีโซลิดโพลิโนเมียลวาระใด ๆ ของเซมิกรุปมีเพียง 3 คลาสเท่านั้น ได้แก่ $Z_C = \text{PMod} \{ xy \approx uv \}$, $K_{\text{rec}} = \text{PMod} \{ x(yz) \approx (xy)z \approx xz \}$ และ $K_{\text{big}} = \text{PMod} \{ x(yz) \approx (xy)z, x^2y \approx xy^2 \approx xy, xyz \approx xzy \}$
 - 2.3 K_{big} เป็นฟรีโซลิดโพลิโนเมียลวาระใด ๆ ที่ใหญ่ที่สุดของเซมิกรุป
 - 2.4 $KLZ = \text{PMod} \{ xy \approx x \}$ ($KRZ = \text{PMod} \{ xy \approx y \}$) เป็นนอนทรีเวียลเลฟ-เอดจ์ (ไรท์-เอดจ์) โซลิดโพลิโนเมียลวาระใด ๆ ที่เล็กที่สุดของเซมิกรุป ซึ่งกำหนดโดยไเดนติตี้

2.5 $KL_{big} = PMod \{ x(yz) \approx (xy)z, xy \approx xy^2, xyzu \approx xyuzu, xyuzyx \approx xyzuyx \}$ ($KR_{big} = PMod \{ x(yz) \approx (xy)z, xy \approx x^2y, xyzu \approx xyxzu, xyzuyx \approx xyzyx \}$) เป็นเลฟ-เอดจ์ (ไรท์-เอดจ์) โซลิดโพลิโนเมียล ทั่วไปที่ใหญ่ที่สุดของเซมิกรุป

2.6 $KL_1 = PMod \{ x(yz) \approx (xy)z, xy \approx xy^2, xyzu \approx xyuzu, xyz \approx xyxz \}$ และ $KL_2 = PMod \{ x(yz) \approx (xy)z, xy \approx xy^2, xyzt \approx xzyt \}$ เป็นเลฟ-เอดจ์โซลิดโพลิโนเมียลทั่วไปของเซมิกรุปที่กำหนดโดยไอเดนติตี้

2.7 $KR_1 = PMod \{ x(yz) \approx (xy)z, xy \approx x^2y, xyzu \approx xyxzu, xyz \approx xzyz \}$ และ $KR_2 = PMod \{ x(yz) \approx (xy)z, xy \approx x^2y, xyzt \approx xzyt \}$ เป็นไรท์-เอดจ์โซลิดโพลิโนเมียลทั่วไปของเซมิกรุปที่กำหนดโดยไอเดนติตี้ ซึ่งสามารถเขียนแผนภาพแสดงความสัมพันธ์ได้ดังนี้



3. ได้มีการขยายแนวคิดของความลึกของไฮเพอร์สับสตีติวชัน ไปยังความลึกของวีกไฮเพอร์สับสตีติวชัน และศึกษาพฤติกรรมของความลึกของวีกไฮเพอร์สับสตีติวชัน โดยได้กำหนดนิยามของฟูลโพลิโนเมียล, ฟูลวีกไฮเพอร์สับสตีติวชัน และนอกจากนั้น พบว่าเซตของฟูลวีกไฮเพอร์สับสตีติวชัน $Hyp_w^f(\tau, \bar{A})$ เป็นสับโมนอยด์ของ $Hyp_w(\tau, \bar{A})$

4. ได้ลักษณะเฉพาะของคอมพลิทส์บแลททีซ ของคอมพลิทแลททีซ โดยใช้โคลเซอร์
โอเปอเรเตอร์, เคอเนลโอเปอเรเตอร์ และกาลัวส์โคลสส์บรีเลชัน



ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved

ABSTRACT

The mapping from the set of operation symbols to the set of all polynomials of the same arity is called a weak hypersubstitution and the polynomial identity which is closed under weak hypersubstitutions is called the polynomial hyperidentity.

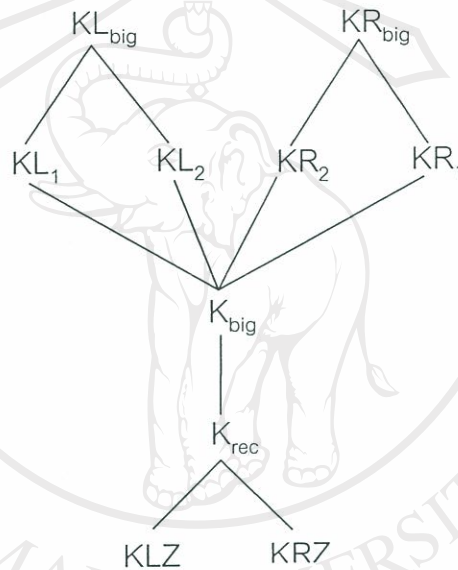
The aims of this research are studying the new knowledge of Universal Algebra. The results of this research are the following:

1. We studied the monoid $\text{Hyp}_w(\tau, \bar{A})$ of weak hypersubstitutions type $\tau = (2)$ and the set of constants and found that it must be big enough.
2. We studied the properties of semigroups which are finite submonoids of $\text{Hyp}_w(2, \bar{A})$ such as Pre_w , Left_w and Right_w and found that
 - 2.1 $\mathbb{Z}_C = \text{PMod} \{ xy \approx uv \}$ is the greatest non-trivial presolid variety of semigroups which is not solid and it is exactly one presolid but not solid polynomial variety of semigroups.
 - 2.2 Altogether we have three presolid polynomial varieties of semigroups: $\mathbb{Z}_C = \text{PMod} \{ xy \approx uv \}$, $K_{\text{rec}} = \text{PMod} \{ x(yz) \approx (xy)z \approx xz \}$ and $K_{\text{big}} = \text{PMod} \{ x(yz) \approx (xy)z, x^2y \approx xy^2 \approx xy, xyz u \approx xzyu \}$.
 - 2.3 K_{big} is the greatest presolid polynomial variety of semigroups.
 - 2.4 $KLZ = \text{PMod} \{ xy \approx x \} (KRZ = \text{PMod} \{ xy \approx y \})$ is the least non-trivial left-edge (right-edge) solid polynomial variety of semigroups which is definable by identities.
 - 2.5 $KL_{\text{big}} = \text{PMod} \{ x(yz) \approx (xy)z, xy \approx xy^2, xyz u \approx xyuz u, xyuz yx \approx xyzuyx \} (KR_{\text{big}} = \text{PMod} \{ x(yz) \approx (xy)z, xy \approx x^2y, xyz u \approx xyxz u, xyzuyx \approx xyuz yx \})$ is the greatest left-edge (right-edge) solid polynomial variety of semigroups.
 - 2.6 $KL_1 = \text{PMod} \{ x(yz) \approx (xy)z, xy \approx xy^2, xyz u \approx xyuz u, xyz \approx xyxz \}$ and

$KL_2 = \text{PMod} \{ x(yz) \approx (xy)z, xy \approx xy^2, xyzt \approx xzyt \}$ are left-edge solid polynomial varieties of semigroups which are definable by identities.

2.7 $KR_1 = \text{PMod} \{ x(yz) \approx (xy)z, xy \approx x^2y, xyz \approx xzyx, xyz \approx xzyz \}$ and $KR_2 = \text{PMod} \{ x(yz) \approx (xy)z, xy \approx x^2y, xyzt \approx xzyt \}$ are right-edge solid polynomial varieties of semigroups which are definable by identities.

Altogether we obtain the following picture:



3. We generalized the concept of the depth of a hypersubstitution to the depth of a weak hypersubstitution and described the behavior of the depth of a weak hypersubstitution. We defined the definition of full polynomial, full weak hypersubstitution and furthermore we found that the set of all full weak hypersubstitutions $\text{Hyp}_w^f(\tau, \bar{A})$ is a submonoid of $\text{Hyp}_w(\tau, \bar{A})$.
4. We give three characterizations of complete sublattices of a complete lattice by using closure operators, kernel operators and Galois-closed subrelations.