

บทที่ 2

ทบทวนวรรณกรรม

ในการทบทวนวรรณกรรมในบทนี้ ได้ทบทวนเอกสาร และความรู้ด้านสถิติแบบนอนพารามетริกเพื่อนำมาใช้ในการพัฒนาโปรแกรม โดยแบ่งออกเป็น 2 หัวข้อใหญ่ ดังนี้

2.1 ทบทวนเอกสาร

2.2 ทบทวนความรู้ด้านสถิติแบบนอนพารามетริก

2.1 ทบทวนเอกสาร

2.1.1 กัลยา วาณิชบัญชา (2544: 215) ได้กล่าวว่าการทดสอบสมมติฐานที่ไม่ใช้พารามิเตอร์ เป็นการทดสอบที่ไม่จำเป็นต้องทราบการแจกแจงของประชากร และยังสามารถใช้ทดสอบสมมติฐานเมื่อตัวอย่างมีขนาดเล็กอีกด้วย วิธีการทดสอบสมมติฐานที่ไม่ใช้พารามิเตอร์มักจะใช้กับข้อมูลที่อยู่ในรูปแสดงถึงลำดับที่ หรือข้อมูลที่อยู่ในรูปความถี่

2.1.2 วฐา มินเสน (2543) กล่าวว่าพัฒนาโปรแกรมสำเร็จรูปทางสถิติเพื่อวิเคราะห์การเปลี่ยนแปลงปรากฏการณ์ในระบบและนอกระบบของประชากร ประกอบด้วยเนื้อหาสำคัญเกี่ยวกับสถิติประชากร 5 เรื่อง คือ 1. องค์ประกอบของประชากร 2. ภาวะสมรส 3. การย้ายถิ่นและความหนาแน่นของประชากรในพื้นที่อยู่อาศัย 4. อัตราการเปลี่ยนแปลงประชากร และ 5. ตารางชีพ

2.1.3 วิยะดา ต้นวัฒนากุล (2532) กล่าวว่าโดยทั่วไปนักศึกษาส่วนใหญ่ไม่เคยชินกับงานสถิติ จึงมักไม่ชอบเรียนวิชาทางสถิติ เนื่องจากกระบวนการทางสถิติมีขั้นตอน และสูตรคณียุ้งยากสับสน และยังต้องคิดคำนวณค่าทางสถิติซึ่งมักใช้เวลานานทำให้เกิดความเบื่อหน่ายและท้อใจในการเรียนสถิติ เพื่อแก้ปัญหานี้ ผู้วิจัยจึงได้สร้างโปรแกรมสำเร็จรูปใช้กับไมโครคอมพิวเตอร์เพื่อช่วยสอนเสริมวิชาสถิติพื้นฐาน และใช้ในงานวิจัยตามขั้นตอนของการสอนหลักสูตรสถิติพื้นฐาน โดยจะมีคำสั่งปรากฏบนจอภาพให้ทำตามเป็นขั้นตอนและจะปรากฏผลลัพธ์ของค่าทางสถิติตามหัวข้อที่ต้องการได้อย่างรวดเร็ว ทำให้นักศึกษาสามารถเข้าใจในเนื้อหา และขั้นตอนทางสถิติได้ง่ายขึ้น อันจะเป็นการกระตุ้นและช่วยให้นักศึกษามีกำลังใจ รักเรียนสถิติ และทำงานวิจัย

2.1.4 ศิริชัย พงษ์วิชัย (2539: 374) กล่าวว่า การทดสอบแบบนอนพารามетริก เป็นการทดสอบที่ไม่จำเป็นต้องทราบการแจกแจงของประชากร หรือไม่มีข้อกำหนดหรือเงื่อนไขเกี่ยวกับค่าพารามิเตอร์ของประชากรมากนัก ซึ่งโดยส่วนใหญ่แล้วข้อมูลที่จะนำมาทดสอบแบบนี้มักจะ

เป็นข้อมูลที่อยู่ในระดับนามบัญญัติ (Nominal Scale) และข้อมูลที่อยู่ในระดับเรียงอันดับ (Ordinal Scale) นอกจากนี้อาจจะเป็นข้อมูลระดับช่วง (Interval Scale) หรือระดับอัตราส่วน (Ratio Scale) ที่ไม่เป็นไปตามข้อกำหนดของการทดสอบแบบมีพารามิเตอร์

2.1.5 สานนท์ เจริญฉาย (2533: 3) มีความเห็นว่าคอมพิวเตอร์เข้ามามีบทบาทในวงการต่างๆ มากขึ้น เครื่องคอมพิวเตอร์เป็นสิ่งประดิษฐ์มหัศจรรย์ที่มนุษย์คิดขึ้นมา เป็นสมอกลอเล็กทรอนิกส์ที่สามารถทำงานได้รวดเร็วและมีประสิทธิภาพสูง สามารถทำงานแทนมนุษย์ซึ่งอาจใช้เวลาทำเป็นสัปดาห์ให้เสร็จสิ้นเพียงวินาที คอมพิวเตอร์จึงเข้ามามีบทบาทสำคัญมากในทุกๆ ด้าน ทางด้านสถิติวิจัย คอมพิวเตอร์ได้เข้ามามีบทบาทสำคัญ มีการใช้เครื่องคอมพิวเตอร์เก็บรวบรวมข้อมูล จัดหมวดหมู่ เรียงลำดับ คำนวณ วิเคราะห์และประเมินผล ซึ่งสามารถทำได้อย่างถูกต้องแม่นยำรวดเร็วและทันเหตุการณ์

2.1.6 สุธวิวรรณ พิศศักดิ์โสภณ (2538: 8) มีความเห็นว่าการเก็บรวบรวมข้อมูลในการวิจัยทางพฤติกรรมศาสตร์และสังคมศาสตร์ บางครั้งไม่เป็นไปตามข้อตกลงของการใช้สถิติพารามेटริก นั่นคือ ลักษณะการแจกแจงของประชากรไม่เป็นโค้งปกติ แต่อาจมีลักษณะแจกแจงแบบใดก็ได้ จึงต้องหันมาใช้สถิติที่เรียกว่า นอนพารามेटริก (Nonparametric Statistics) ทำการทดสอบแทน นั่นคือ จะไม่คำนึงถึงลักษณะของการแจกแจงของประชากร

2.2 ทบทวนความรู้ด้านสถิติแบบนอนพารามेटริก

เนื้อหาความรู้ด้านสถิติแบบนอนพารามेटริกที่ใช้ในโปรแกรมที่ทำการวิจัยครั้งนี้ ประกอบด้วยเรื่องบางหัวข้อที่ผู้วิจัยยกขึ้นมาทำการวิจัย โดยมีรายละเอียดดังนี้คือ

2.2.1 การทดสอบสมมติฐานสำหรับกลุ่มตัวอย่างเดียว

2.2.1.1 การทดสอบทวินาม (The Binomial Test)

เป็นการทดสอบว่ากลุ่มตัวอย่างที่สุ่มมาศึกษานั้นมีการแจกแจงเหมือนประชากรหรือไม่ ลักษณะของประชากรจะแบ่งเป็น 2 พวก เช่น ชาย – หญิง หัว – ก้อย โสด – แต่งงาน เป็นสมาชิก – ไม่เป็นสมาชิก

สมมติฐาน ให้ p_0 เป็นสัดส่วนที่ระบุไว้ของ p โดยที่ $0 \leq p_0 \leq 1$ แล้วสมมติฐานที่จะแบ่งเป็น 3 กรณี ดังนี้

ก. การทดสอบสองด้าน

$$H_0 : p = p_0$$

$$H_1 : p \neq p_0$$

ข. การทดสอบด้านเดียวข้างขวา

$$H_0: p \leq p_0$$

$$H_1: p > p_0$$

ค. การทดสอบด้านเดียวข้างซ้าย

$$H_0: p \geq p_0$$

$$H_1: p < p_0$$

สูตรที่ใช้ในการคำนวณ

$$P(x) = \binom{n}{x} p^x q^{n-x} \quad ; \quad x = 0, 1, 2, \dots, n$$

เมื่อ	$P(x)$	แทน	ความน่าจะเป็นของการเกิดเหตุการณ์อย่างหนึ่ง
	p	แทน	สัดส่วนที่คาดว่าจะเกิดเหตุการณ์นั้น
	q	แทน	สัดส่วนที่คาดว่าจะเกิดอีกเหตุการณ์หนึ่ง
	n	แทน	จำนวนครั้งที่เกิดเหตุการณ์ทั้งหมด

กรณีกลุ่มตัวอย่างมีขนาดเล็ก ($n \leq 20$)

การทดสอบทวินามกรณีที่มีกลุ่มตัวอย่างขนาดเล็กไม่เกิน 20 ($n \leq 20$) ภายใต้อ $H_0: p = \frac{1}{2}$ ใช้ตารางค่าความน่าจะเป็นได้เลย โดยให้ x เป็นจำนวนครั้งที่เกิดเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นที่น้อยกว่า และ N เป็นจำนวนครั้งที่เกิดขึ้นทั้งหมด ถ้าค่า p ที่ได้จากตารางมีค่าน้อยกว่าหรือเท่ากับ α ที่ตั้งไว้จะปฏิเสธ H_0

ข้อสังเกต การแจกแจงทวินามมีลักษณะสมมาตรเมื่อ $p = \frac{1}{2}$

$$\text{นั่นคือ } P(x \geq k) = P(x \leq n - k)$$

$$P(x \geq 7) = P(x \leq 3) = .172$$

กรณีกลุ่มตัวอย่างมีขนาดใหญ่

ถ้ากลุ่มตัวอย่างมีขนาดใหญ่ ($n > 20$) เราไม่สามารถใช้ตารางได้ เพราะถ้า n มาก การแจกแจงทวินามจะมีแนวโน้มเข้าสู่การแจกแจงปกติ และถ้า p มีค่าเข้าใกล้ $\frac{1}{2}$ มากเท่าไรจะมีแนวโน้มเป็นการแจกแจงปกติมากขึ้นเท่านั้น แต่ถ้าค่า p มีค่าเข้าใกล้ 0 หรือ 1 แนวโน้มที่จะเป็นการแจกแจงปกติก็น้อยลง นั่นคือ ถ้า p และ q มีความแตกต่างกันมากเท่าไร n ก็ต้องมากขึ้นเพื่อทำให้การประมาณเข้าสู่การแจกแจงปกติ เมื่อ p เข้าใกล้ $\frac{1}{2}$ n ควรมากกว่า 25 และถ้า p เข้าใกล้ 0 หรือ 1 เราอาจทำการทดสอบโดยหาค่า npq ก่อน ซึ่งกฎอย่างง่ายกล่าวว่าควรมีค่ามากกว่า 9

สำหรับการแจกแจงทวินามที่ใกล้เคียงกับการแจกแจงปกติมีค่าเฉลี่ยเป็น np และความแปรปรวนเป็น npq ดังนั้นเราสามารถทดสอบสมมติฐาน H_0 โดยใช้สูตร

$$Z = \frac{x - \mu_x}{\sigma_x} = \frac{x - np}{\sqrt{npq}}$$

เมื่อมีการแจกแจงปกติที่มีค่าเฉลี่ยเป็น 0 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเป็น 1 ในการประมาณค่าการแจกแจงปกตินี้ใช้กับตัวแปรที่เป็นค่าต่อเนื่อง แต่การแจกแจงทวินามใช้กับตัวแปรที่ไม่ต่อเนื่อง (Discrete Variables) ดังนั้นควรมีการปรับแก้สูตรที่เรียกว่า correction for Continuity ดังนี้

$$Z = \frac{(x \pm .5) - np}{\sqrt{npq}}$$

ถ้า $x < np$ ใช้ $x + .5$ และถ้า $x > np$ ใช้ $x - .5$

การทดสอบนัยสำคัญของ Z สามารถเปิดตาราง ค่า p ที่ได้จากตารางนี้เป็นความน่าจะเป็นแบบหางเดียว ถ้าต้องการทดสอบแบบสองหางก็ต้องเอา 2 คูณค่าในตาราง แล้วนำค่า p ที่เปิดได้จากตารางเทียบกับค่า α ที่กำหนด ถ้ามีค่ามากกว่า α ที่กำหนด เราจะยอมรับ H_0

2.2.1.2 การทดสอบไคสแควร์ (The Chi-Square Test)

เป็นการทดสอบว่าความถี่ที่เก็บรวบรวมได้ที่แบ่งเป็นพวกเป็นกลุ่มนั้นแตกต่างไปจากความถี่ที่คาดหวังไว้ หรือแตกต่างไปจากทฤษฎีหรือไม่ ซึ่งข้อมูลที่ได้จากการเก็บรวบรวมอยู่ในมาตราการวัดระดับนามบัญญัติเป็นอย่างต่ำ

สมมติฐาน H_0 : อัตราส่วนของลักษณะต่างๆ ที่สนใจศึกษาจะเท่ากับค่าที่คาดไว้

H_1 : อัตราส่วนของลักษณะต่างๆ ที่สนใจศึกษาไม่เท่ากับค่าที่คาดไว้

การทดสอบสมมติฐานที่เป็นกลาง (H_0) ของไคสแควร์ใช้สถิติที่ทดสอบดังนี้

สูตรที่ใช้คำนวณ

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i} \quad \text{หรือ} \quad \chi^2 = \sum_{i=1}^k \frac{O_i^2}{E_i} - n \quad : df = k - 1$$

เมื่อ O_i แทน ความถี่ที่สังเกตได้ในกลุ่มที่ i

E_i แทน ความถี่ที่คาดหวังในกลุ่มที่ i เมื่อ H_0 เป็นจริง

$$(E_i = \frac{n}{k})$$

k แทน จำนวนกลุ่ม

n แทน จำนวนทั้งหมดของความถี่ที่สังเกตได้

เปิดตารางไคสแควร์ $df = k - 1$ ณ ระดับนัยสำคัญที่กำหนด ถ้าค่า

คำนวณได้มีค่ามากกว่าหรือเท่ากับค่าวิกฤตที่เปิดจากตารางจะปฏิเสธ H_0

2.2.1.3 การทดสอบโคลโมโกรอฟ-สเมียร์นอฟ (The Kolmogorov – Smirnov Test)

เป็นการทดสอบเกี่ยวกับกลุ่มตัวอย่างว่ามีรูปลักษณะของการแจกแจงเหมือนทฤษฎี หรือเหมือนประชากรหรือไม่ โดยใช้ความถี่สะสมของกลุ่มตัวอย่างที่แบ่งเป็นช่วง ๆ ว่าต่างไปจากทฤษฎีหรือประชากรหรือไม่

สมมติฐาน ให้ $F(x)$ เป็นฟังก์ชันการแจกแจงที่ระบุในสมมติฐาน จะตั้งสมมติฐานเป็น 3 กรณี ดังนี้

ก. การทดสอบสองด้าน

$H_0 : F(x) = F^*(x)$ สำหรับทุกค่าของ x จาก $-\infty$ ถึง ∞

$H_1 : F(x) \neq F^*(x)$ อย่างน้อยหนึ่งค่าของ x

ข. การทดสอบด้านเดียวข้างขวา

$H_0 : F(x) \leq F^*(x)$ สำหรับทุกค่าของ x จาก $-\infty$ ถึง ∞

$H_1 : F(x) > F^*(x)$ อย่างน้อยหนึ่งค่าของ x

ค. การทดสอบด้านเดียวข้างซ้าย

$H_0 : F(x) \geq F^*(x)$ สำหรับทุกค่าของ x จาก $-\infty$ ถึง ∞

$H_1 : F(x) < F^*(x)$ อย่างน้อยหนึ่งค่าของ x

สูตรที่ใช้คำนวณ

$$D = \max |F_0(X_i) - S_n(X_i)| ; i = 1, 2, \dots, n$$

เมื่อ $F_0(X_i)$ เป็นสัดส่วนที่คาดหวังของข้อมูลที่มีคะแนนน้อยกว่า

หรือเท่ากับ X

$S_n(X_i)$ เป็นความถี่สะสมสัมพัทธ์ที่ได้จากการสังเกตในกลุ่ม

ตัวอย่าง

$$\left[S_n(X_i) = \frac{F_i}{n} \right]$$

ในการทดสอบโคลโมโกรอฟ-สเมียร์นอฟ จะเปรียบเทียบความแตกต่างระหว่าง $S_n(X_i)$ และ $F_0(X_i)$ ถ้ามีความแตกต่างกันน้อย การแจกแจงของข้อมูลจากตัวอย่างจะเหมือนกับการแจกแจงตามทฤษฎีหรือการแจกแจงของประชากร แต่ถ้าความแตกต่างที่มากที่สุดระหว่าง $F_0(X_i)$ และ $S_n(X_i)$ มีค่ามากกว่าค่าวิกฤต D ในตาราง ณ ระดับนัยสำคัญ (α) ที่กำหนด และขนาดตัวอย่าง (n) นั้น จะปฏิเสธ H_0 จึงสรุปได้ว่า การแจกแจงของข้อมูลจากตัวอย่างแตกต่างจากการแจกแจงของประชากร

2.2.1.4 การทดสอบการวิ่งกรณีกกลุ่มตัวอย่างกลุ่มเดียว (The One-Sample Runs Test)

เป็นการทดสอบว่ากลุ่มตัวอย่างที่ได้มานั้นเกิดขึ้นอย่างสุ่มหรือไม่

ในการทดสอบรัน จะนับจำนวนรันที่เกิดขึ้นแล้วเทียบกับตาราง ตารางนี้เหมาะกับข้อมูลที่มีจำนวนไม่มาก (m และ $n \leq 20$) จะปฏิเสธ H_0 ณ ระดับนัยสำคัญ .05 เมื่อ r ที่สังเกตได้ $\leq r$ ที่เป็นค่าน้อย (หรือค่า r ในแถวบน) หรือ r ที่สังเกตได้ $\geq r$ ที่เป็นค่ามาก (หรือค่า r ในแถวล่าง)

สมมติฐาน H_0 : กระบวนการที่ได้มาซึ่งตัวอย่างเป็นไปอย่างสุ่ม

H_1 : กระบวนการที่ได้มาซึ่งตัวอย่างไม่ได้เป็นไปอย่างสุ่ม

สูตรที่ใช้คำนวณ

ให้ r เป็นจำนวนการวิ่งทั้งหมดของสมาชิกที่เหมือนกันในข้อมูลชุดนั้น ๆ ซึ่งเป็นตัวสถิติทดสอบ

กรณีที่ m และ n มีค่ามากกว่า 20 ค่า r ที่ได้จะมีการแจกแจง

โดยประมาณเป็นแบบปกติ ซึ่งมีค่าเฉลี่ยและความแปรปรวนดังนี้

$$\mu_r = \frac{2mn}{m+n} + 1$$

$$\sigma_r^2 = \frac{2mn(2mn - m - n)}{(m+n)^2(m+n-1)}$$

ดังนั้นสูตรที่ใช้คำนวณ คือ

$$Z = \frac{r - \mu_r}{\sigma_r} \quad \text{มีการแจกแจงแบบปกติมาตรฐาน}$$

2.2.2 การทดสอบสมมติฐานสำหรับกลุ่มตัวอย่าง 2 กลุ่มที่เกี่ยวข้องกัน

2.2.2.1 การทดสอบแมกนีมาร์ (The McNemar Test)

เป็นการทดสอบความเปลี่ยนแปลงระหว่างก่อนและหลังการจัดกระทำกับกลุ่มตัวอย่างเดียว ระดับของการวัดของข้อมูลอยู่ในระดับนามบัญญัติ และจัดข้อมูลให้อยู่ในรูปของตาราง 2×2

$$\begin{aligned} \text{สมมติฐาน } H_0 : P(A) &= P(D) = \frac{1}{2} \\ H_1 : P(A) &\neq P(D) \neq \frac{1}{2} \end{aligned}$$

สูตรที่ใช้คำนวณ คือ

$$\chi^2 = \frac{(A - D)^2}{A + D} \quad ; \quad df = 1$$

การปรับแก้ความต่อเนื่อง (Correction for Continuity)

การประมาณค่าโดยใช้การแจกแจงไคสแควร์จะมีความถูกต้องแม่นยำมากขึ้น เราควรใช้สูตรการปรับแก้ ซึ่งเป็นสิ่งจำเป็นเพราะเราใช้การแจกแจงแบบต่อเนื่องเพื่อประมาณการแจกแจงแบบไม่ต่อเนื่อง ถ้าค่าความถี่ที่คาดหวังทั้งหมดมีค่าน้อยการประมาณค่าจะต่ำ สูตรที่ใช้มีดังนี้

$$\chi^2 = \frac{(|A - D| - 1)^2}{A + D} \quad ; \quad df = 1$$

นำค่า χ^2 ที่คำนวณได้เปรียบเทียบกับ χ^2 จากตาราง ถ้าค่าที่คำนวณได้มีค่ามากกว่าหรือเท่ากับ χ^2 จากตารางจะไม่ยอมรับ H_0

2.2.2.2 การทดสอบซายน์ (The Sign Test)

เป็นการทดสอบความแตกต่างระหว่างกลุ่มตัวอย่างสองกลุ่มที่สัมพันธ์กัน โดยใช้เครื่องหมายบวกหรือลบที่แสดงทิศทางความแตกต่างระหว่างข้อมูลแต่ละคู่ ในลักษณะที่มากกว่าหรือ น้อยกว่ากัน และไม่คำนึงถึงขนาดหรือปริมาณของความแตกต่างนั้น

ตัวแปรที่จะวัดมีการแจกแจงแบบต่อเนื่อง และทำให้การวัดอยู่ในมาตราเรียงอันดับเป็นอย่างต่ำ

สมมติฐาน เนื่องจากการทดสอบเครื่องหมายนี้เป็นกรณีพิเศษของการทดสอบทวินามที่มี $p = 0.5$ เราจึงกล่าวสมมติฐานในเชิงความน่าจะเป็นของเครื่องหมาย “+” และ “-” ได้ดังนี้

ก. การทดสอบสองด้าน

$$H_0 : P(+) = P(-)$$

$$H_1 : P(+) \neq P(-)$$

ถ้ากำหนดให้ M_1 แทนมัธยฐานของ X_i s และ M_2 แทนมัธยฐานของ Y_i s แล้ว สามารถเขียนสมมติฐานในรูปของมัธยฐานได้ดังนี้

$$H_0 : M_1 = M_2$$

$$H_1 : M_1 \neq M_2$$

ข. การทดสอบด้านเดียวข้างขวา

$$H_0 : P(+) \leq P(-)$$

$$H_1 : P(+) > P(-)$$

เนื่องจาก $P(+) > P(-)$ ใน H_1 แสดงว่าค่าของ X_i s มีแนวโน้มที่จะน้อยกว่าค่าของ Y_i s ดังนั้นเขียนอยู่ในรูปของมัธยฐานได้ดังนี้

$$H_0 : M_1 \geq M_2$$

$$H_1 : M_1 < M_2$$

ค. การทดสอบด้านเดียวข้างซ้าย

$$H_0 : P(+) \geq P(-)$$

$$H_1 : P(+) < P(-)$$

เนื่องจาก $P(+) < P(-)$ ใน H_1 แสดงว่าค่าของ X_i s มีแนวโน้มที่จะมากกว่าค่าของ Y_i s ดังนั้นเขียนอยู่ในรูปของมัธยฐานได้ดังนี้

$$H_0 : M_1 \leq M_2$$

$$H_1 : M_1 > M_2$$

การทดสอบเครื่องหมายตั้งสมมติฐานที่เป็นกลาง ดังนี้

$$H_0 : P(X_i > Y_i) = P(X_i < Y_i) = \frac{1}{2}$$

เมื่อ X_i เป็นค่าสังเกตที่ได้จากการวัดในเงื่อนไขหนึ่ง

Y_i เป็นค่าสังเกตที่ได้จากการวัดในอีกเงื่อนไขหนึ่ง

การทดสอบเครื่องหมายจะดูความแตกต่างระหว่าง X_i และ Y_i โดยใช้
สัญลักษณ์ + หรือ - ถ้า $X_i > Y_i$ แทนด้วยเครื่องหมาย + และถ้า $X_i < Y_i$ แทนด้วย
เครื่องหมาย - และ ถ้า $X_i = Y_i$ ความแตกต่างจะเป็น 0 ก็ไม่นำคูนี้นำคำนวณ

กรณีกลุ่มตัวอย่างมีขนาดเล็ก ($n \leq 20$)

ใช้การทดสอบทวินามภายใต้ $H_0 : p = q = \frac{1}{2}$ แล้วหาความน่าจะเป็น
ที่จะเกิดเครื่องหมาย + และ - โดยใช้ตาราง เมื่อกำหนด n เป็นจำนวนคู่ที่แตกต่างกัน (ถ้าคู่ใด
เท่ากันจะไม่นำมาคิดคำนวณ) X คือ จำนวนเครื่องหมาย + หรือเครื่องหมาย - ที่น้อยกว่า เช่น
ถ้า $n = 20$ จำนวนเครื่องหมาย + เท่ากับ 16 จำนวนเครื่องหมาย - เท่ากับ 4 ดังนั้น $X = 4$
เปิดตาราง ได้ค่าความน่าจะเป็น 0.006 (กรณีทดสอบทางเดียว ถ้าเป็นการทดสอบสองทางให้
เอา 2 คูณค่าที่ได้จากตาราง) ถ้าความน่าจะเป็นที่ได้น้อยกว่าหรือเท่ากับ α จะปฏิเสธ H_0

กรณีกลุ่มตัวอย่างมีขนาดใหญ่ ($n > 20$)

ถ้ากลุ่มตัวอย่างมีขนาดใหญ่จะใช้ตาราง ไม่ได้ ต้องใช้การประมาณค่า
จากการแจกแจงปกติ โดยมี

$$\text{Mean} = \mu_x = np = \frac{n}{2}$$

$$\text{Variance} = \sigma_x^2 = npq = \frac{n}{4}$$

$$Z = \frac{x - \mu_x}{\sigma_x} = \frac{x - \frac{n}{2}}{.5\sqrt{n}} = \frac{2x - n}{\sqrt{n}}$$

การประมาณค่าการแจกแจงจะดีขึ้นถ้าใช้สูตรการปรับแก้ ดังนี้

$$Z = \frac{(x \pm .5) - \frac{n}{2}}{.5\sqrt{n}}$$

ใช้ $x + .5$ เมื่อ $x < n/2$

$x - .5$ เมื่อ $x > n/2$

ถ้าเขียนให้ง่ายขึ้นจะได้สูตรดังนี้

$$Z = \frac{2x \pm 1 - n}{\sqrt{n}}$$

ใช้ $2x + 1$ เมื่อ $x < n/2$

$2x - 1$ เมื่อ $x > n/2$

เปิดตาราง หาค่า Z จากตาราง ถ้าค่า Z คำนวณ $\geq Z$ ตาราง ณ ระดับนัยสำคัญที่กำหนดให้ หรือค่าความน่าจะเป็นที่ได้จากตาราง $\leq \alpha$ จะปฏิเสธ H_0

2.2.2.3 การทดสอบแบบอันดับเครื่องหมายของวิลคอกซอน (The Wilcoxon Signed Ranks Test)

เป็นการทดสอบความแตกต่างของกลุ่มตัวอย่าง 2 กลุ่มที่สัมพันธ์กัน โดยคำนึงถึงทิศทางและปริมาณของความแตกต่างของตัวแปรที่วัดได้ในกลุ่มตัวอย่างแต่ละคู่

สมมติฐาน ถ้ากำหนดค่ามัธยฐานทั่วไปของ D_i 's เป็น $d_{.50}$ แล้วสมมติฐานจะถูกกำหนดดังนี้

ก. การทดสอบสองด้าน

$$H_0 : d_{.50} = 0$$

$$H_1 : d_{.50} \neq 0$$

ให้ M_1 แทนมัธยฐานของ X_i 's และให้ M_2 แทนมัธยฐานของ Y_i 's อาจเขียนสมมติฐานได้เป็น

$$H_0 : M_1 = M_2$$

$$H_1 : M_1 \neq M_2$$

ข. การทดสอบด้านเดียวข้างขวา

$$H_0 : d_{.50} \leq 0$$

$$H_1 : d_{.50} > 0$$

จาก $d_{.50} > 0$ แสดงว่าค่าของ X_i 's มีแนวโน้มที่จะน้อยกว่าค่าของ Y_i 's

ดังนั้นเขียนอยู่ในรูปมัธยฐานได้ดังนี้

$$H_0 : M_1 \geq M_2$$

$$H_1 : M_1 < M_2$$

ค. การทดสอบด้านเดียวข้างซ้าย

$$H_0 : d_{.50} \geq 0$$

$$H_1 : d_{.50} < 0$$

จาก $d_{.50} < 0$ แสดงว่าค่าของ X_i 's มีแนวโน้มที่จะมากกว่าค่าของ Y_i 's
 ดังนั้นเขียนอยู่ในรูปมัธยฐานได้ดังนี้

$$H_0 : M_1 \leq M_2$$

$$H_1 : M_1 > M_2$$

ถ้าให้ X_i และ Y_i เป็นตัวแปรที่ได้จากกลุ่มตัวอย่าง 2 กลุ่มที่
 สัมพันธ์กัน

d_i เป็นความแตกต่างระหว่างคะแนนแต่ละคู่

$$\therefore d_i = X_i - Y_i$$

การทดสอบผลต่างนี้จะไม่คำนึงถึงเครื่องหมายของ d_i แต่จะเรียง
 อันดับผลต่างที่น้อยที่สุดเป็นอันดับ 1 เรียงไปจนถึงผลต่างที่มากที่สุด โดยไม่นำเครื่องหมายของ
 d_i มาพิจารณา ถ้าความแตกต่างของข้อมูลเท่ากันให้หาอันดับที่เฉลี่ย และถ้าไม่มีความแตกต่างกัน
 $d_i = 0$ จะไม่นำข้อมูลนั้นมาคิดคำนวณ จากนั้นหาผลรวมของความแตกต่างของอันดับที่มี
 เครื่องหมาย + และ - นั่นคือ กำหนดให้

T^+ แทน ผลรวมของอันดับที่ของ d_i ที่มีเครื่องหมายบวก

T^- แทน ผลรวมของอันดับที่ของ d_i ที่มีเครื่องหมายลบ

T แทน ค่าของ T^+ หรือ T^- ที่มีค่าน้อยกว่า
 ผลรวมของอันดับที่ทั้งหมดเป็น $(n(n+1)/2$

กรณีกลุ่มตัวอย่างมีขนาดเล็ก ($n \leq 20$)

ถ้ากลุ่มตัวอย่างมีขนาดเล็กเราสามารถทดสอบสมมติฐาน H_0 โดยเปิด
 ตารางเพื่อหาค่าวิกฤต T โดยพิจารณาค่า n และ α ที่กำหนดไว้ ถ้าค่า T ที่คำนวณได้น้อย
 กว่าหรือเท่ากับ T จากตารางจะปฏิเสธ H_0

กรณีกลุ่มตัวอย่างมีขนาดใหญ่ ($n > 20$)

เมื่อกลุ่มตัวอย่างมีขนาดใหญ่ผลบวกของลำดับที่จะมีการแจกแจงใกล้
 เคียงกับการแจกแจงปกติ จึงไม่สามารถเปิดตาราง ได้ ดังนั้นจึงใช้สูตรในการคำนวณ ดังนี้

$$\text{Mean} = \mu_{T^+} = \frac{n(n+1)}{4}$$

$$\text{Variance} = \sigma_{T^+}^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{24}$$

$$Z = \frac{T^+ - n(n+1)/4}{\sqrt{\frac{n(n+1)(2n+1)}{24}}}$$

นำค่า Z ที่คำนวณได้เปรียบเทียบกับ Z จากตาราง ถ้า Z คำนวณ $\geq$ Z ตารางจะปฏิเสธ H_0

2.2.3 การทดสอบสมมติฐานสำหรับกลุ่มตัวอย่าง 2 กลุ่มเป็นอิสระจากกัน

2.2.3.1 การทดสอบแมนวิทนี (The Mann – Whitney Test) หรือเรียกว่า U-test

เป็นการทดสอบกลุ่มตัวอย่าง 2 กลุ่มที่เป็นอิสระจากกันว่ามาจากประชากรที่มีการแจกแจงเหมือนกันหรือไม่ ค่าที่ได้จากการวัดในตัวแปรตามอยู่ในระดับเรียงอันดับเป็นอย่างไร วิธีนี้เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงวิธีหนึ่งของสถิตินอนพารามตริกที่สามารถใช้แทน t-test ในสถิติพารามตริกได้หากต้องการหลีกเลี่ยงข้อดคลงเบื้องต้นของการใช้สถิติ t-test หรือเมื่อระดับการวัดในตัวแปรตามต่ำกว่าระดับอันตรภาค

การทดสอบสมมติฐานของแมนวิทนี เราใช้ U-test ทดสอบประชากร 2 กลุ่ม คือ X และ Y ว่ามีการแจกแจงเหมือนกันหรือไม่ โดยกำหนดสมมติฐานการทดสอบ ดังนี้

$$\begin{aligned} H_0 : P[X > Y] &= \frac{1}{2} \\ H_1 : P[X > Y] &\neq \frac{1}{2} \\ \text{หรือ } H_1 : P[X > Y] &> \frac{1}{2} \\ \text{หรือ } H_1 : P[X > Y] &< \frac{1}{2} \end{aligned}$$

สมมติฐาน เนื่องจากการทดสอบแมนวิทนีอาศัยตัวอย่างที่มีข้อมูลแบบเรียงอันดับ ดังนั้นความไม่แตกต่างกันของค่ากลางที่สนใจคือ ประชากรทั้งสองมีมัธยฐานเท่ากันหรือไม่

ถ้ากำหนดให้ M_1 เป็นมัธยฐานของประชากรชุดที่ 1

M_2 เป็นมัธยฐานของประชากรชุดที่ 2

สมมติฐานที่ตั้งจะแบ่ง 3 กรณีดังนี้

ก. การทดสอบสองด้าน

$$\begin{aligned} H_0 : M_1 &= M_2 \\ H_1 : M_1 &\neq M_2 \end{aligned}$$

ข. การทดสอบด้านเดียวข้างขวา

$$\begin{aligned} H_0 : M_1 &\leq M_2 \\ H_1 : M_1 &> M_2 \end{aligned}$$

ก. การทดสอบด้านเดียวข้างซ้าย

$$H_0 : M_1 \geq M_2$$

$$H_1 : M_1 < M_2$$

วิธีดำเนินการ

ในการทดสอบแมนวิทนีย์ มีวิธีการในการทดสอบ ดังนี้

1. ให้ n_1 และ n_2 เป็นขนาดของกลุ่มตัวอย่างที่สุ่มมาจากประชากร 2 กลุ่ม

2. นำคะแนนที่ได้จากทั้ง 2 กลุ่มมาเรียงลำดับจากน้อยไปมากให้คะแนนที่มีค่าน้อยที่สุดเป็นอันดับ 1, 2, 3, ... ตามลำดับ

3. หาผลรวมของอันดับที่อยู่ในแต่ละกลุ่ม

T_1 , T_2 แทน ผลรวมของอันดับที่อยู่ในกลุ่มที่ 1 และกลุ่มที่ 2 ตามลำดับ

4. คำนวณหา U-test จากสูตร

$$U_1 = n_1 n_2 + \frac{n_1(n_1 + 1)}{2} - T_1$$

$$\text{และ } U_2 = n_1 n_2 - U_1$$

เลือกเอาค่า U ที่น้อยกว่าไปทดสอบ

$$U = \text{ค่าที่น้อยกว่าของ } U_1 \text{ และ } U_2$$

5. นำค่า U ไปเปิดตารางเพื่อทดสอบนัยสำคัญ

5.1 ถ้า $3 \leq n_2$ ใช้ตาราง หาค่าความน่าจะเป็น โดยดูที่ค่า U , n_1 และ n_2 ถ้าค่าความน่าจะเป็นที่ได้น้อยกว่าหรือเท่ากับระดับนัยสำคัญที่กำหนดไว้ จะปฏิเสธ H_0

5.2 ถ้า $9 \leq n_2 \leq 20$ ใช้ตาราง หาค่าวิกฤตของ U โดยพิจารณาจาก n_1 , n_2 และระดับนัยสำคัญที่กำหนด ถ้าค่า U ที่ได้จากการคำนวณมีค่าน้อยกว่าหรือเท่ากับค่าวิกฤต U จากตาราง จะปฏิเสธ H_0

5.3 ถ้า $n_2 > 20$ กรณีที่ n_1 และ n_2 มีขนาดใหญ่ขึ้น การแจกแจงของ U จะใกล้เคียงกับการแจกแจงปกติ ที่มี

$$\text{Mean} = \mu_u = \frac{n_1 n_2}{2}$$

$$\text{และ Variance} = \sigma_u^2 = \frac{n_1 n_2 (n_1 + n_2 + 1)}{12}$$

$$Z = \frac{U - \mu_u}{\sqrt{\sigma_u^2}}$$

$$Z = \frac{U - \frac{n_1 n_2}{2}}{\sqrt{\frac{n_1 n_2 (n_1 + n_2 + 1)}{12}}}$$

แล้วเปิดตาราง หาค่าวิกฤต จากตาราง ถ้า Z มากกว่าหรือเท่ากับ Z จากตารางจะปฏิเสธ H_0

2.2.3.2 การทดสอบโคลโมโกรอฟ-สเมียร์นอฟ (The Kolmogorov – Smirnov Two – sample Test)

เป็นการทดสอบกลุ่มตัวอย่าง 2 กลุ่มที่เป็นอิสระจากกันว่าถูกสุ่มมาจากประชากรเดียวกันหรือไม่ หรือทดสอบว่ามาจากประชากร 2 ประชากรที่มีการแจกแจงเหมือนกันหรือไม่ โดยใช้ความถี่สะสม การทดสอบแบบนี้ตัวแปรที่ได้จากการวัดอยู่ในมาตราเรียงอันดับเป็นอย่างต่ำ

การตั้งสมมติฐานของการทดสอบ Kolmogorov-Smirnov คือ

H_0 : ประชากรทั้ง 2 กลุ่มมีการแจกแจงเหมือนกัน

H_1 : ประชากรทั้ง 2 กลุ่มมีการแจกแจงต่างกัน

หรือ

H_1 : ประชากรกลุ่มที่ 1 ลักษณะของการแจกแจงมากกว่าประชากรกลุ่มที่ 2 (หรือน้อยกว่า)

ในการตั้ง H_1 เราตั้งตามทิศทางที่พยากรณ์ไว้ว่าจะมีแนวโน้มไปในทางใด

วิธีดำเนินการ

ในการดำเนินการทดสอบทำโดยแบ่งคะแนนออกเป็นช่วงเท่า ๆ กัน ให้มีจำนวนช่วงที่เหมาะสมและหาความถี่สะสมของแต่ละกลุ่มตามช่วงที่กำหนดไว้ แล้วดูว่าช่วงไหนค่าความถี่สะสมของทั้ง 2 กลุ่มแตกต่างกันมากที่สุด นั่นคือ

ให้ $S_m(X)$ แทน ค่าความถี่สะสมของคะแนนในกลุ่มที่ 1

$$S_m(X) = \frac{K}{m}$$

เมื่อ K เป็นจำนวนข้อมูลที่มีค่าไม่เกินคะแนน X

$S_n(X)$ แทน ค่าความถี่สะสมของคะแนนกลุ่มที่ 2

$$S_n(X) = \frac{K}{n}$$

$D_{m,n}$ แทน ค่าความแตกต่างที่มากที่สุดของความถี่สะสม

ของทั้ง 2 กลุ่ม

กรณีทดสอบทางเดียว

$$D_{m,n} = \max [S_m(X) - S_n(X)]$$

กรณีทดสอบสองทาง

$$D_{m,n} = \max [S_m(X) - S_n(X)]$$

กรณีกลุ่มตัวอย่างมีขนาดเล็ก (m และ $n \leq 20$)

เมื่อกกลุ่มตัวอย่าง 2 กลุ่มมีขนาดเล็ก (m และ $n \leq 20$) ใช้ตาราง ในการทดสอบสมมติฐานแบบทางเดียว และใช้ตาราง สำหรับการทดสอบแบบสองทาง เปิดตาราง แล้วจะได้ค่าวิกฤต C ที่ระดับนัยสำคัญ .10, .05 และ .01 ตามลำดับ และจะปฏิเสธ H_0 เมื่อ $mnD_{m,n}$ ที่ได้จากการคำนวณมากกว่าหรือเท่ากับค่าวิกฤต C จากตาราง เช่น ถ้าเป็นการทดสอบ ทางเดียว เมื่อกำหนดให้ $m = 6$, $n = 8$ จะปฏิเสธ H_0 ที่ $\alpha = .01$ เมื่อ $mnD_{m,n} > 38$

กรณีกลุ่มตัวอย่างขนาดใหญ่ (m หรือ $n > 20$)

สำหรับการทดสอบสองทาง

เมื่อกกลุ่มตัวอย่าง 2 กลุ่มมีขนาดใหญ่ m หรือ $n > 20$ ใช้ตาราง สำหรับการทดสอบโคลโมโกรอฟ-สเมียร์นอฟ กรณีที่เป็นการทดสอบสองทาง จะปฏิเสธ H_0 เมื่อ $D_{m,n}$ มีค่ามากกว่าหรือเท่ากับค่าวิกฤตที่ได้จากตาราง

เช่น ถ้ากำหนดให้ $m = 55$, $n = 60$ และ $\alpha = .05$ (two-tailed) เปิด ตาราง เพื่อคำนวณหาค่าวิกฤต คือ

$$1.36 \sqrt{\frac{m+n}{mn}} = 1.36 \sqrt{\frac{55+60}{(55)(60)}} = .254$$

จะปฏิเสธ H_0 เมื่อ $D_{m,n} > .254$

สำหรับการทดสอบทางเดียว

สำหรับการทดสอบทางเดียวเมื่อกกลุ่มตัวอย่างมีขนาดใหญ่ m หรือ $n > 20$ ใช้การทดสอบไคสแควร์ โดยคำนวณหา $D_{m,n}$

$$D_{m,n} = \max[S_m(X) - S_n(X)]$$

แล้วนำค่า $D_{m,n}$ มาคำนวณหาไคสแควร์จากสูตร

$$\chi^2 = 4D_{m,n}^2 \frac{mn}{m+n}; df = 2$$

เปิดตารางเพื่อหาค่าวิกฤตไคสแควร์ที่ $df=2$ และ α ที่กำหนด

ถ้า χ^2 จากการคำนวณ $\geq \chi^2$ จากตาราง จะปฏิเสธ H_0

2.2.3.3 Moses extreme reactions Test

เป็นการทดสอบจากค่าความแตกต่างของลำดับที่ของข้อมูล โดยใช้กลุ่ม

ควบคุมเป็นหลัก

สถิติทดสอบ ให้ n_c แทนขนาดของกลุ่มควบคุม

ให้ n_e แทนขนาดของกลุ่มทดลอง

โดยที่

Control Value)+1
 $SPAN = \text{Rank}(\text{Largest Control Value}) - \text{Rank}(\text{Smallest}$

$$g = SPAN - (n_c - 2h)$$

$$p(SPAN \leq n_c - 2h + g) = \frac{\sum_{i=0}^g \left[\binom{i + n_c - 2h - 2}{i} \binom{n_e + 2h + 1 - i}{n_e - i} \right]}{\binom{n_c + n_e}{n_c}}$$

2.2.3.4 การทดสอบการวิ่งของวาลด์ – โวลโฟวิทซ์ (The Wald – Wolfowitz Runs Test)

การทดสอบนี้ใช้ทดสอบว่าตัวอย่างสองกลุ่มที่เป็นอิสระกัน ถูกสุ่มมาจากประชากรที่เหมือนกันหรือไม่ โดยเทียบกับสมมติฐานทางเลือกว่าตัวอย่างสองกลุ่มที่เป็นอิสระกันถูกสุ่มมาจากประชากรที่ไม่เหมือนกัน ซึ่งอาจจะไม่เหมือนกันในลักษณะใดลักษณะหนึ่ง เช่น มีค่าแนวโน้มสู่ส่วนกลางต่างกัน มีความแปรปรวนต่างกัน มีความเบ้หรือความโค้งต่างกัน เป็นต้น จะเห็นว่าการทดสอบนี้ใช้ได้กว้างกว่าการทดสอบแบบอื่น ซึ่งมักจะทดสอบความแตกต่างได้เพียงลักษณะเดียว

ข้อมูล ประกอบด้วยตัวอย่างสุ่ม 2 ชุดที่เป็นอิสระกัน โดยตัวอย่างชุดแรกประกอบด้วย $X_1, X_2, \dots, X_m$ และตัวอย่างชุดที่สองประกอบด้วย $Y_1, Y_2, \dots, Y_m$ จะทำการรวมข้อมูลทั้งสองชุดเข้าด้วยกัน แล้วเรียงคะแนนจากน้อยไปมาก โดยกำกับตัวอักษรไว้ด้วยว่าเป็นข้อมูลของ X หรือ Y เพื่อหาจำนวนการวิ่ง แต่ถ้ามีจำนวนค่าสังเกตหลาย ๆ ค่ามีค่าเท่ากัน ก็จะใช้วิธีการหาจำนวนการวิ่ง ดังนี้

1. จัดลำดับครั้งแรกให้ได้จำนวนการวิ่งน้อยที่สุด
2. จัดลำดับครั้งที่สองให้ได้จำนวนการวิ่งมากที่สุด

แล้วให้ใช้ค่าเฉลี่ยของจำนวนการวิ่งทั้งสองเป็นค่าสถิติทดสอบ

- ข้อสมมติ**
1. ตัวอย่างทั้งสองชุดถูกสุ่มมาอย่างเป็นอิสระกัน
 2. มาตรการวัดของข้อมูลอย่างน้อยเป็นแบบเรียงอันดับ

และเป็นคะแนนแบบต่อเนื่อง

สมมติฐาน H_0 : กลุ่มตัวอย่างสองกลุ่มที่เป็นอิสระกันถูกสุ่มมาจากประชากรที่เหมือนกัน

H_1 : กลุ่มตัวอย่างสองกลุ่มที่เป็นอิสระกันถูกสุ่มมาจากประชากรที่ไม่เหมือนกัน

สถิติทดสอบ ให้ r เป็นจำนวนการวิ่งทั้งหมดของค่าสังเกตจากตัวอย่างทั้งสองกลุ่ม

ให้ m แทนขนาดตัวอย่างของกลุ่มที่ 1

ให้ n แทนขนาดตัวอย่างของกลุ่มที่ 2

ตัวสถิติทดสอบคือ r = จำนวนการวิ่งทั้งหมด

กรณีที่ $m > 20$ และ $n > 20$ ตัวสถิติ r จะมีการแจกแจงใกล้เคียงการแจกแจงปกติ ดังนั้นตัวสถิติทดสอบ คือ

$$Z = \frac{r - \mu_r}{\sigma_r} \quad \text{มีการแจกแจงปกติมาตรฐาน}$$

$$\text{โดยที่} \quad \mu_r = \frac{2mn}{m+n} + 1$$

$$\sigma_r = \sqrt{\frac{2mn(2mn - m - n)}{(m+n)^2(m+n-1)}}$$

กฎการตัดสินใจ ถ้าตัวอย่างทั้งสองกลุ่มถูกสุ่มมาจากประชากรที่มีการแจกแจงเหมือนกัน หรือ H_0 เป็นจริงแสดงว่าจำนวนการวิ่งที่ได้จากตัวอย่างทั้งสองชุดควรมีค่ามาก ดังนั้น จะปฏิเสธ H_0 ก็ต่อเมื่อค่า r มีค่าน้อยเกินไปเท่านั้น นั่นคือจะปฏิเสธ H_0 ณ ระดับนัยสำคัญ α ถ้าค่า $r \leq$ ค่าต่ำของการวิ่ง ที่เปิดจากตาราง เมื่อ $m, n \leq 20$

กรณีที่ m และ $n > 20$ จะปฏิเสธ ณ. ระดับนัยสำคัญ α ถ้าค่า Z ที่คำนวณได้มีค่ามากกว่า $Z_{\alpha/2}$ หรือค่า Z ที่คำนวณได้มีค่าน้อยกว่า $-Z_{\alpha/2}$ โดยที่ค่า $Z_{\alpha/2}$ เปิดได้จากตารางการแจกแจงปกติมาตรฐาน

2.2.4 การทดสอบสมมติฐานสำหรับกลุ่มตัวอย่างมากกว่า 2 กลุ่มที่เกี่ยวข้องกัน

2.2.4.1 การทดสอบคอคเครน คิว (The Cochran Q Test)

เป็นการทดสอบความแตกต่างของกลุ่มตัวอย่างมากกว่า 2 กลุ่มที่สัมพันธ์กันซึ่งพัฒนามาจากการทดสอบแมกนีมาร์ มีลักษณะการทดสอบดังนี้

1. ทดสอบกลุ่มตัวอย่างหลายกลุ่มที่สัมพันธ์กันโดยการจับคู่ และให้ได้รับการจัดกระทำต่างกันแล้วเปรียบเทียบผลที่เกิดขึ้นว่าต่างกันหรือไม่
2. ทดสอบกลุ่มตัวอย่างกลุ่มเดียวแต่ได้รับการจัดกระทำ (Treatment) ต่างกัน แล้วเปรียบเทียบว่าผลแตกต่างกันหรือไม่

การทดสอบดังกล่าวข้อมูลที่ได้จากการวัดอยู่ในมาตรานามบัญญัติ ที่จำแนกข้อมูลออกเป็นกลุ่มเป็นพวกได้ 2 พวก

ดังนั้น การทดสอบคอคเครน คิว มีสมมติฐานที่เป็นกลาง (H_0) ว่าสัดส่วนหรือความถี่ที่มีผู้ตอบรับ หรือผู้ที่ประสบความสำเร็จในแต่ละสถานการณ์ไม่ต่างกัน

สมมติฐาน H_0 : ผลของกรรมวิธีภายในแต่ละบล็อกไม่แตกต่างกัน

H_1 : ผลของกรรมวิธีภายในแต่ละบล็อกอย่างน้อย 2

กรรมวิธีแตกต่างกัน

ถ้าให้ $P_{ij} = P(X_{ij} = 1)$; $i = 1, 2, \dots, r$ และ $j = 1, 2, \dots, c$

ดังนั้นผลของกรรมวิธีภายในแต่ละบล็อกไม่แตกต่างกันคือ

$P_{i1} = P_{i2} = \dots = P_{ic}$ สำหรับ $i = 1, 2, \dots, r$

สมมติฐานจึงเขียนในอีกรูปแบบหนึ่งดังนี้

H_0 : $P_{i1} = P_{i2} = \dots = P_{ic}$ สำหรับแต่ละ i จาก 1 ถึง r

H_1 : $P_{ij} \neq P_{ik}$ สำหรับบางค่าของ j และ k และ

สำหรับบางค่าของ i

สูตรที่ใช้คำนวณ

$$Q = \frac{k(k-1) \sum_{j=1}^k (G_j - \bar{G})^2}{k \sum_{i=1}^N L_i - \sum_{i=1}^N L_i^2}$$

เมื่อ G_j แทน จำนวนคนที่อยู่ในกลุ่ม j ที่ตอบรับหรือประสบ
ความล้มเหลว
 $\bar{G}$ แทน ค่าเฉลี่ยของกลุ่ม G_j
 L_i แทน จำนวนคนในแถว i ที่ตอบรับหรือประสบ
ความล้มเหลว

หรืออาจใช้สูตร

$$Q = \frac{(k-1) \left[k \sum_{j=1}^k G_j^2 - \left(\sum_{j=1}^k G_j \right)^2 \right]}{k \sum_{i=1}^N L_i - \sum_{i=1}^N L_i^2} ; df = k - 1$$

การแจกแจงแบบ Q เหมือนกับการแจกแจงไคสแควร์ที่ $df = k - 1$ ถ้าค่า Q ที่คำนวณได้มีค่ามากกว่าหรือเท่ากับค่าไคสแควร์ที่เปิดจากตาราง ที่ $df = k - 1$ ณ ระดับนัยสำคัญที่กำหนดจะปฏิเสธ H_0 นั่นคือ สัดส่วนการตอบรับในแต่ละกลุ่มแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ

2.2.4.2 การทดสอบความแปรปรวนของ 2 ทางแบบอันดับของฟริดแมน (The Friedman Two-Way Analysis of Variance by Ranks)

เป็นการทดสอบกรณีกลุ่มตัวอย่างมากกว่า 2 กลุ่มที่แต่ละกลุ่มมีความสัมพันธ์กันอาจโดยการจับคู่แต่ละกลุ่มให้พอ ๆ กัน ข้อมูลที่ได้จากการวัดอยู่ในมาตราเรียงอันดับ ซึ่งสมมติฐานที่เป็นกลางสำหรับการทดสอบ (H_0) เป็นดังนี้

$$H_0 : \theta_1 = \theta_2 = \dots = \theta_k$$

$$H_1 : \theta_i \neq \theta_j \quad (\text{มีอย่างน้อย 2 กลุ่มที่แตกต่างกัน})$$

เมื่อ θ_j เป็นมัธยฐานของประชากร

สมมติฐาน H_0 : กลุ่มตัวอย่างที่สัมพันธ์กัน k กลุ่มได้มาจากประชากรที่เหมือนกัน (กรรมวิธีทดลองทั้ง k กรรมวิธีมีผลกระทบเหมือนกัน)

H_1 : กลุ่มตัวอย่างที่สัมพันธ์กันอย่างน้อย 2 กลุ่มได้มาจากประชากรที่ไม่เหมือนกัน (กรรมวิธีทดลองอย่างน้อย 2 กรรมวิธีมีผลกระทบต่างกัน)

สูตรที่ใช้คำนวณ

$$F_r = \left[\frac{12}{Nk(k+1)} \sum_{j=1}^N R_j^2 \right] - 3N(k+1)$$

เมื่อ N แทน จำนวนแถว หรือจำนวนคนในแต่ละสถานการณ์ทดลอง

k แทน จำนวนคอลัมน์หรือจำนวนสถานการณ์ทั้งหมด

R_j แทน ผลรวมของอันดับที่ในคอลัมน์ที่ j

2.2.4.3 การทดสอบเคลลอคัล (Kendall's W Test)

เราจะใช้สหสัมพันธ์เคลลอคัล (W) ในการหาความสัมพันธ์แบบนี้ อาจเป็นไปได้ในกรณีใดกรณีหนึ่ง ดังนี้

1. เป็นการจัดอันดับให้กลุ่มตัวอย่างกลุ่มหนึ่ง ที่มีหลายคุณลักษณะ เช่น จัดอันดับคะแนนความถนัดของนักเรียน 10 คน ($k = 10$) ซึ่งคะแนนความถนัดเป็นคะแนนด้านกลไก ศิลปะ ดนตรี คณิตศาสตร์ ภาษา และเสมียน ($b = 6$) ในกรณีเช่นนี้เราจะหาความสัมพันธ์ระหว่างคะแนนความถนัดด้านย่อย ๆ ว่าสัมพันธ์กันหรือไม่ โดยศึกษาในกลุ่มตัวอย่างเดียว

2. เป็นการจัดอันดับคุณลักษณะให้กับกลุ่มตัวอย่างหนึ่งโดยมีผู้จัดอันดับหลายคน (b แทนจำนวนผู้จัดอันดับ) เช่น จัดอันดับเกี่ยวกับพฤติกรรมความเป็นผู้นำของคนทำงาน 5 คน ($k = 5$) โดยมีผู้สังเกต 3 คน ($b = 3$) เพื่อจะดูว่าผู้สังเกตทั้ง 3 คนนั้นมีความคิดเห็นเกี่ยวกับการจัดอันดับสอดคล้องกันหรือไม่

ตาราง 2.1 การจัดอันดับคะแนนความถนัดของนักเรียน 10 คน

คะแนนความถนัด	นักเรียน										Total
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	
กลไก	4	6	1	2	8	10	9	3	5	7	55
ศิลปะ	5	2	8	6	1	3	7	4	9	10	55
ดนตรี	6	5	2	10	8	3	4	1	7	9	55
คณิตศาสตร์	5	7	2	1	9	8	10	4	6	3	55
ภาษา	7	1	9	5	2	4	6	3	8	10	55
เขียน	1	4	9	7	5	3	2	8	10	6	55
รวม	28	25	31	31	33	31	38	23	45	45	330

ตาราง 2.2 การจัดอันดับพฤติกรรมการเป็นผู้นำของพนักงาน 5 คน โดยมีผู้พิจารณา 3 คน

ผู้พิจารณา	พนักงาน					รวม
	ก	ข	ค	ง	จ	
คนที่ 1	3	2	4	1	5	15
คนที่ 2	2	1	4	3	5	15
คนที่ 3	5	1	3	2	4	15
รวม	10	4	11	6	14	45

ข้อตกลงเบื้องต้นในการหาความสัมพันธ์เคลดอลล์ : W

1. ข้อมูลประกอบด้วยจำนวนผู้สังเกตหรือจำนวนคุณลักษณะที่จะสังเกต (b) กับจำนวนคนในกลุ่มตัวอย่าง (k)
2. ข้อมูลที่ได้จากการวัดอยู่ในมาตราเรียงอันดับเป็นอย่างต่ำ แต่ถ้าข้อมูลที่ได้จากการวัดไม่อยู่ในมาตราเรียงอันดับต้องแปลงให้เป็นมาตราเรียงอันดับ

สมมติฐานทางสถิติ

H_0 : ไม่มีความสัมพันธ์กันระหว่างการจัดอันดับของผู้สังเกต

H_1 : การจัดอันดับของผู้สังเกตทั้งหลายมีความสัมพันธ์กัน

สถิติที่ใช้ทดสอบสหสัมพันธ์คอนคอร์ดแนนซ์ : W คือ

$$W = \frac{\sum_{j=1}^k (\bar{R}_j - \bar{R})^2}{k(k^2 - 1)/12}$$

เมื่อ k แทน จำนวนคนที่ถูกจัดอันดับ

$\bar{R}_j$ แทน อันดับเฉลี่ยของสมาชิกแต่ละคนที่ถูกจัดอันดับ

$\bar{R}$ แทน อันดับเฉลี่ยทั้งหมดของสมาชิกทุกคนที่ถูกจัดอันดับ

หรือใช้สูตร

$$W = \frac{12 \sum_{j=1}^k R_j^2 - 3b^2 k(k+1)^2}{b^2 k(k^2 - 1)}$$

เมื่อ b แทน จำนวนกรรมการที่จัดอันดับ หรือ จำนวน
คุณลักษณะที่จัดอันดับ

k แทน จำนวนคนที่ถูกจัดอันดับ

R_j แทน ผลรวมของอันดับที่ของแต่ละคนที่ถูกจัดอันดับโดย
กรรมการทั้งหลาย

จากตาราง 2.1 เป็นการจัดอันดับคะแนนความถนัด 6 ด้านให้กับ
นักเรียน 10 คน ถ้าต้องการหาความสัมพันธ์ระหว่างความถนัดทั้ง 6 ด้านนั้น จะตั้งสมมติฐาน
ทางสถิติ ดังนี้

H_0 : ไม่มีความสัมพันธ์ระหว่างการจัดอันดับคะแนนความถนัดทั้ง
6 ด้าน

H_1 : มีความสัมพันธ์ระหว่างการจัดอันดับคะแนนความถนัดทั้ง 6
ด้าน

ในการจัดอันดับของคะแนนความถนัดทั้ง 6 ด้านให้นักเรียน 10
คนนั้น ถ้าคะแนนความถนัดทั้ง 6 ด้านนี้ไม่มีความสัมพันธ์กัน การจัดอันดับให้นักเรียนแต่ละคน
จะเป็นไปอย่างสุ่ม ค่าผลรวมของอันดับที่ของนักเรียนแต่ละคนจะพอ ๆ กัน ในทางตรงข้ามถ้า
คะแนนความถนัดทั้ง 6 ด้านนี้สัมพันธ์กัน เราก็คาดหวังว่า ผลรวมของอันดับที่ของนักเรียนแต่ละ
คนจะมีค่าสูงสุดและค่าต่ำสุดอย่างแน่นอน และถ้า H_0 เป็นจริง นั่นคือ ไม่มีความสัมพันธ์กัน

ระหว่างการจัดอันดับคะแนนความถนัดทั้ง 6 ด้าน ค่าอันดับที่เฉลี่ยของการจัดอันดับให้นักเรียนแต่ละคนจะเท่ากับ 33 อันดับที่มีค่าเท่ากับ $\frac{b(k+1)}{2}$

ในการหาค่าผลรวมของอันดับที่ที่เบี่ยงเบนไปจากค่าเฉลี่ยอันดับทั้งหมดจะหาโดยการหาผลรวมกำลังสองของอันดับที่ที่เบี่ยงเบนไปจากอันดับที่เฉลี่ยทั้งหมดจากตาราง 2.1 ผลรวมกำลังสองของอันดับที่ที่เบี่ยงเบนไปจากอันดับที่เฉลี่ยทั้งหมดเท่ากับ

$$\begin{aligned} S &= \sum (R_j - \bar{R})^2 \\ &= (28 - 33)^2 + (25 - 33)^2 + \dots + (45 - 33)^2 \\ &= 514 \end{aligned}$$

ค่า W จะมีค่า 0 ถึง 1 นั่นคือ ถ้า $W = 0$ แสดงว่า การจัดอันดับเกี่ยวกับคุณลักษณะทั้งหลายของกลุ่มตัวอย่างไม่มีความสัมพันธ์กันเลย และถ้า $W = 1$ แสดงว่าการจัดอันดับเกี่ยวกับคุณลักษณะทั้งหลายตรงกันทุกอันดับ

ดังนั้นสหสัมพันธ์ W ก็คือ อัตราส่วนระหว่างผลรวมกำลังสองของอันดับที่ที่เบี่ยงเบนไปจากอันดับที่เฉลี่ยกับผลรวมกำลังสองของอันดับที่ที่สอดคล้องกันมากที่สุดที่เบี่ยงเบนไปจาก ค่าเฉลี่ย ก็คือ

$$S_{\text{ที่น้อยที่สุด}} / S_{\text{ที่มากที่สุด}}$$

จากตาราง 2.1 ถ้าการจัดอันดับความถนัดทั้ง 6 ด้านให้นักเรียนแต่ละคนเป็นเหมือนกัน หรือให้อันดับที่สอดคล้องกันตรงกันทุกด้าน เช่น ถ้านาย A ได้ถูกจัดอันดับความถนัดด้านกลไก ศิลปะ ดนตรี คณิตศาสตร์ ภาษา และเสมียน เป็นอันดับที่ 1 เหมือนกันหมด นาย A จะได้ผลรวมอันดับที่เป็น $6(1) = 6$ ในทำนองเดียวกัน ถ้านักเรียนทุกคนได้ถูกจัดอันดับเดียวกันในทุกด้านความถนัด ผลรวมทั้งหมดของแต่ละคนจะเป็นดังนี้

A ถูกจัดให้อยู่ในอันดับที่ 1 ทุกด้าน จะได้ผลรวมอันดับที่เป็น $6(1) = 6$

B ถูกจัดให้อยู่ในอันดับที่ 2 ทุกด้าน จะได้ผลรวมอันดับที่เป็น $6(2) = 12$

C ถูกจัดให้อยู่ในอันดับที่ 3 ทุกด้าน จะได้ผลรวมอันดับที่เป็น $6(3) = 18$

⋮

J ถูกจัดให้อยู่ในอันดับที่ 10 ทุกด้าน จะได้ผลรวมอันดับที่เป็น
 $6(10) = 60$

จากตัวอย่างนี้ นักเรียนทุกคนถูกจัดอันดับเหมือน ๆ กันในทุกด้าน
 เพราะฉะนั้น ผลรวมกำลังสองของอันดับที่แต่ละคนที่เบี่ยงเบนไปจากผลรวมอันดับที่เฉลี่ยจะมีค่า
 มากที่สุดดังนี้

$$S_{\text{มากที่สุด}} = (6-33)^2 + (12-33)^2 + (18-33)^2 \dots + (60-33)^2 \\ = 2970$$

ดังนั้นจากตาราง 1 จะได้อัตราส่วนของค่า S ที่มีค่ามากที่สุดคือ

$$\frac{514}{2970} = 0.173$$

ค่า S ที่มีมากที่สุด จะได้จากการจัดอันดับที่ตรงกันในแต่ละคน ซึ่ง
 ผลรวมกำลังสองของอันดับที่ที่เบี่ยงเบนไปจากอันดับที่เฉลี่ยจะมีค่าเท่ากับ $\frac{b^2(k^3 - k)}{12}$

ฉะนั้นในการหาค่าสหสัมพันธ์ W จึงหาได้จากอัตราส่วน ดังนี้

$$W = \frac{\sum_{j=1}^k (R_j - \bar{R})^2}{b^2 k(k^3 - k)/12}$$

ถ้าค่าออกมาเป็น 1 แสดงว่ามีการจัดอันดับเท่ากันทุกคน ค่า

$\sum (R_j - \bar{R})^2$ จะเท่ากับ $\frac{1}{12} b^2 (k^3 - k)$ และจะเป็น 0 เมื่อผลรวมของอันดับที่ของนักเรียน

แต่ละคนเท่ากัน และเท่ากับอันดับที่เฉลี่ย

โดยทั่ว ๆ ไปสูตรของ S หาโดย

$$S = \sum_{j=1}^k \left[R_j - \frac{b(k+1)}{2} \right]^2$$

เมื่อ R_j แทน ผลรวมของอันดับที่ของกลุ่มตัวอย่างแต่ละคน

k แทน จำนวนคนที่นำมาจัดอันดับ

b แทน จำนวนคนจัดอันดับ

เมื่อการจัดอันดับคุณลักษณะตรงกันหมด ผลรวมของอันดับของแต่ละคน จะมีค่าเป็น $1b, 2b, \dots, jb, \dots, kb$ แต่ผลรวมของอันดับที่อาจไม่ได้เรียงตามลำดับเช่นนี้ก็ได้ ฉะนั้นผลรวมกำลังสองของอันดับที่แต่ละคนเบี่ยงเบนไปจากอันดับที่มากที่สุด คือ

$$\sum_{j=1}^k \left[R_j - \frac{b(k+1)}{2} \right]^2 = b^2 \sum_{j=1}^k \left[j - \frac{(k+1)}{2} \right]^2 = \frac{b^2 k(k^2-1)}{12}$$

ดังนั้นอัตราส่วนระหว่างผลรวมกำลังสองของอันดับที่ที่สังเกตได้ในแต่ละคนซึ่งเบี่ยงเบนไปจากอันดับที่เฉลี่ยกับผลรวมกำลังสองของอันดับที่ของผู้สังเกตแต่ละคนที่เห็นพร้อมตรงกัน ซึ่งเบี่ยงเบนไปจากอันดับที่เฉลี่ยก็คือค่า W นั่นเอง

$$W = \frac{\sum_{j=1}^k \left\{ R_j - \left[\frac{b(k+1)}{2} \right] \right\}^2}{b^2 k(k^2-1)/12}$$

การทดสอบนัยสำคัญของ W

ถ้า k และ b มีค่าน้อย ใช้ตาราง จะปฏิเสธ H_0 ณ ระดับนัยสำคัญที่กำหนด ถ้าค่า P ที่ได้จากรางมีค่าน้อยกว่าหรือเท่ากับ α

แต่ถ้า k และ b ไม่มีค่าตรงกับในตาราง 13 เราทดสอบนัยสำคัญ W โดยคำนวณค่า χ^2 ก่อน ดังนี้

$$\chi^2 = b(k-1)W$$

ถ้า χ^2 ที่คำนวณได้มีค่ามากกว่าหรือเท่ากับ χ^2 จาตาราง 2 ณ ระดับนัยสำคัญที่กำหนด และ $df=k$ จะปฏิเสธ H_0

กรณีที่มีอันดับที่ซ้ำกัน

ถ้ามีการให้อันดับที่ซ้ำกัน ต้องหาอันดับที่เฉลี่ย แล้วต้องปรับแก้สูตรที่ใช้ในการหา W โดยการแทนที่ส่วนของ W ในสมการ ดังนี้

$$b^2 k(k-1) - b \sum (t^3 - t)$$

เมื่อ t เป็นจำนวนอันดับที่ซ้ำกันของการให้อันดับในกรรมการแต่ละคน

$$W = \frac{12 \sum_{j=1}^k R_j^2 - 3b^2 k(k+1)^2}{b^2 k(k^2 - 1) - b \sum (t^3 - t)}$$

2.2.5 การทดสอบสมมติฐานสำหรับกลุ่มตัวอย่างมากกว่า 2 กลุ่มเป็นอิสระจากกัน

2.2.5.1 การทดสอบมัธยฐาน (The Extension of the Median Test)

การทดสอบโดยใช้มัธยฐานกรณีที่มีกลุ่มตัวอย่างมากกว่า 2 กลุ่มที่ไม่สัมพันธ์กัน มีวิธีการคล้ายกับการทดสอบมัธยฐานกรณีที่มีกลุ่มตัวอย่าง 2 กลุ่มโดยการเพิ่มเป็นหลายกลุ่ม ข้อมูลที่ได้จากการวัดอยู่ในมาตราเรียงอันดับ

การทดสอบมัธยฐานนี้ต้องการทดสอบว่า กลุ่มตัวอย่าง k กลุ่มนั้นมาจากประชากรเดียวกัน หรือทดสอบว่ามาจากประชากรที่มีค่ามัธยฐานเท่ากันหรือไม่

สมมติฐาน H_0 : ประชากรทั้ง k กลุ่มมีมาตรฐานเท่ากัน

H_1 : มีประชากรอย่างน้อย 2 กลุ่มมีมาตรฐานต่างกัน

สูตรที่ใช้ในการทดสอบคือสูตรเดียวกับการทดสอบไคสแควร์ ดังนี้

$$\begin{aligned} \chi^2 &= \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^k \frac{(O_{ij} - E_{ij})^2}{E_{ij}} \\ df &= (r-1)(k-1) \\ &= (2-1)(k-1) = k-1 \end{aligned}$$

วิธีดำเนินการ

- นำข้อมูลจากทุกกลุ่มมาเรียงอันดับ แล้วหามัธยฐาน (Mdn)
- จัดข้อมูลให้อยู่ในรูปตาราง $2 \times k$ เมื่อ k เป็นจำนวนกลุ่ม (คอลัมน์) และ 2 เป็นจำนวนแถว โดยใช้ค่ามัธยฐานเป็นจุดแบ่งแต่ละกลุ่มออกเป็น 2 พวก คือ พวกที่มีค่าสูงกว่ามัธยฐานและพวกที่มีค่าต่ำกว่ามัธยฐานหรือเท่ากับมัธยฐาน ลักษณะตารางเป็นดังนี้

	กลุ่ม				
	1	2	3	...	k
สูงกว่ามัธยฐาน	O_{11}	O_{12}	O_{13}	...	O_{1k}
ต่ำกว่า/เท่ากับมัธยฐาน	O_{21}	O_{22}	O_{23}	...	O_{2k}

3. นับความถี่ที่สังเกตได้ในแต่ละกลุ่มว่ามีอยู่จำนวนเท่าใดที่มีค่าสูงกว่ามัธยฐาน และต่ำกว่ามัธยฐานหรือเท่ากับมัธยฐาน ซึ่งจะเป็นค่า O_{ij}

4. ทำการทดสอบค่ามัธยฐานโดยใช้วิธีการเดียวกับการทดสอบไคสแควร์ ข้อจำกัดต่าง ๆ ในการทดสอบมัธยฐานมีเช่นเดียวกับการทดสอบไคสแควร์

2.2.5.2 การทดสอบครัสคาล – วอลลิส (The Kruskal-Wallis One-way Analysis of Variance by Ranks)

การทดสอบความแปรปรวนของครัสคาล-วอลลิสนี้ ได้ปรับปรุงมาจากวิธีการทดสอบของแมนวิทนี โดยมีจำนวนกลุ่มตัวอย่างที่จะทดสอบมากกว่า 2 กลุ่มซึ่งเป็นอิสระจากกัน เพื่อทดสอบว่า กลุ่มตัวอย่างเหล่านั้นมาจากประชากรเดียวกันหรือไม่ โดยข้อมูลที่ได้จากการวัดนั้นเป็นมาตราเรียงอันดับ แล้วใส่ลงในตาราง 2 ทาง (Two-way Table) มีลักษณะดังนี้

- ข้อสมมติ 1. กลุ่มตัวอย่างทุกกลุ่มถูกสุ่มมาอย่างเป็นอิสระกัน
2. มาตราการวัดของข้อมูลอย่างน้อยเป็นแบบเรียงอันดับ
3. ข้อมูลมีการแจกแจงแบบต่อเนื่อง

สมมติฐาน H_0 : ประชากรทั้ง k กลุ่มมีการแจกแจงเหมือนกัน
(ประชากรทั้ง k กลุ่มมีค่าเฉลี่ยไม่ต่างกัน)

H_1 : ประชากรอย่างน้อย 2 กลุ่มมีการแจกแจงไม่เหมือนกัน
(ประชากรอย่างน้อย 2 กลุ่มมีค่าเฉลี่ยต่างกัน)

	กลุ่ม			
	1	2	...	k
x_{11}	x_{12}	...	x_{1k}	
x_{21}	x_{22}	...	x_{2k}	
...	...	...	...	
$x_{n_1 1}$	$x_{n_2 2}$	...	$x_{n_k k}$	

เมื่อ x_{ij} แทน ค่าสังเกตที่ i ในกลุ่ม j

n_j แทน จำนวนข้อมูลในแต่ละกลุ่ม (คอลัมน์)

สูตรที่ใช้คำนวณ

$$KW = \frac{12}{N(N+1)} \sum_{j=1}^k n_j (\bar{R}_j - \bar{R})^2$$

หรือ

$$KW = \left[\frac{12}{N(N+1)} \sum_{j=1}^k n_j \bar{R}_j^2 \right] - 3(N+1)$$

หรือ

$$KW = \frac{12}{N(N+1)} \sum_{j=1}^k \frac{R_j^2}{n_j} - 3(N+1)$$

เมื่อ k เป็นจำนวนกลุ่มตัวอย่าง
 n_j เป็นจำนวนคนในแต่ละกลุ่ม
 N เป็นจำนวนคนทั้งหมด
 R_j เป็นผลรวมอันดับที่ใน แต่ละกลุ่ม
 $\bar{R}_j$ เป็นค่าเฉลี่ยอันดับที่ใน แต่ละกลุ่ม
 $\bar{R}$ เป็นค่าเฉลี่ยอันดับที่ทั้งหมด $(\bar{R} = \frac{N+1}{2})$

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่

Copyright© by Chiang Mai University

All rights reserved