บทที่ 2
แนวคิดทฤษฎีและเอกสารที่เกี่ยวข้อง

2.1 แนวคิดและทฤษฎีทางเศรษฐศาสตร์

แนวความคิดทางทฤษฎีเกี่ยวกับการเติบโตทางเศรษฐกิจมีหลายสำนัก ซึ่งมีมุมมองและการวิเคราะห์ที่แตกต่างกัน แต่ในช่วงหลายทศวรรษผ่านมาจะเห็นได้ว่าทฤษฎีการเติบโตของสำนักเศรษฐศาสตร์นีโอคลาสสิกได้เข้ามามีบทบาทสำคัญในการวิเคราะห์ปัญหาที่เกิดขึ้นในระบบเศรษฐกิจ ดังนั้นงานวิจัยนี้ จึงนำเสนอแนวคิดทฤษฎีของสำนักเศรษฐศาสตร์นิโอคลาสสิก เช่น แบบจำแบบจำลองการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจของ Solow (The Solow growth model) แบบจำลองการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจของ Ramsey (The Ramsey growth model) และแบบจำลองการเจริญเติบโตจากภายใน (Endogenous growth model)

2.1.1 การเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจของ Solow (The Solow growth model)

Robert Solow เป็นนักทฤษฎีเศรษฐศาสตร์พัฒนา เขาเริ่มพัฒนาทฤษฎีตั้งแต่ทศวรรษ 1950 และได้รับรางวัลโนเบลสาขาเศรษฐศาสตร์ในปี 1987 หลังจากนั้นทฤษฎีได้ถูกนำไปเป็นนโยบายและได้ถูกพัฒนาต่อมาให้มีความหลากหลาย ซึ่งแนวความคิดทฤษฎีนี้ กำเนิดจากการเสนอแบบจำลอง ภายใต้สมมติฐานของสำนักเศรษฐศาสตร์นีโอคลาสสิก ซึ่งเป็นรูปแบบการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจที่มีอัตราการออมถูกกำหนดจากภายนอก มีสมการการผลิตที่มีผลตอบแทนต่อขนาดคงที่ (Constant returns to scale) ผลตอบแทนต่อการใช้ปัจจัยการผลิตมีลักษณะลดน้อยถอยลง (Diminishing returns to each input) และปัจจัยการผลิตสามารถทดแทนกันได้ ในแบบจำลองนี้ยังแสดงให้เห็นว่าการเจริญเติบโตในทุน (Capital) แรงงาน (Labour) และความก้าวหน้าทางเทคโนโลยีส่งผลอย่างไรต่อผลผลิต *(Barro and Sala-i-Martin. 2004, หน้า 24-39)*

ในแบบจำลอง ได้สมมติให้ระบบเศรษฐกิจเป็นแบบปิด (ไม่มีภาครัฐบาล) ซึ่งระบบเศรษฐกิจประกอบด้วยภาคครัวเรือนและภาคธุรกิจ สินค้ามีเพียงชนิดเดียวที่สามารถนำไปบริโภค (Consumption: $C(t)$) และลงทุน (Investment: $I(t)$)

$$Y(t) = C(t) + I(t) = C(t) + S(t) \tag{2.1}$$

โดยที่ $Y(t)$ คือ ผลผลิตทั้งหมดที่ผลิตได้ ณ เวลา t

$C(t)$ คือ การบริโภคของครัวเรือน ณ เวลา t

$I(t)$ คือ การลงทุนของครัวเรือน ณ เวลา t

$S(t)$ คือ การออมองครัวเรือน ณ เวลา t

กำหนดให้การออม $S(t)$ เป็นส่วนหนึ่งของผลผลิตที่ถูกเก็บไว้เพื่อออม และอัตราการออมถูกกำหนดจากภายนอก และ $0 \le s \le 1$

$$S(t) = sY(t) \tag{2.2}$$

ในระบบเศรษฐกิจแบบปิด มีส่วนที่รั่วไหลคือการออม และส่วนที่อัดฉีดคือการลงทุน ดังนั้น ณ จุดดุลยภาพ ก็จะเป็นการออมเท่ากับการลงทุน

$$I(t) = sY(t) \tag{2.3}$$

กำหนดให้ทุนมีการเสื่อมสภาพที่อัตราคงที่ คือ $0 < \delta < 1$ สินค้าทุนบางส่วนจะเสื่อมสภาพ ดังนั้นการเพิ่มขึ้นสุทธิของสินค้าทุนจะเท่ากับ

$$\dot{K}(t) = I(t) - \delta K(t) = sF(K(t), L(t)) - \delta K(t) \tag{2.4}$$

โดยที่ $\dot{K}(t) = \dfrac{dK(t)}{dt}$ คือ การเพิ่มขึ้นสุทธิของสินค้าทุน ณ เวลา t

$K(t)$ คือ สินค้าทุน ณ เวลา t

δ คือ อัตราการเสื่อมสภาพของสินค้าทุน

จำนวนประชากรมีการเพิ่มขึ้นในอัตราคงที่ $\dfrac{\dot{L}(t)}{L(t)} = n \ge 0$ คือ

$$L(t) = e^{nt}$$

ฟังก์ชั่นการผลิตของ Solow คือ

$$Y(t) = F(K(t), L(t))$$

โดยที่ $Y(t)$ คือ จำนวนผลผลิตทั้งหมด

$K(t)$ คือ ทุน (Capital)

$L(t)$ คือ แรงงาน (Labour)

แนวความคิดทฤษฎีนี้ ได้ถูกกำหนดในรูปแบบฟังก์ชันการผลิตภายใต้สมมติฐานของสำนักเศรษฐศาสตร์นีโอคลาสสิกมีลักษณะสำคัญ 4 ประการ คือ

1. การลดน้อยถอยลงของผลผลิตส่วนเพิ่ม (Positive and diminishing marginal products)

$$F_K(K(t),L(t)) \equiv \frac{\partial F(K(t),L(t))}{\partial K(t)} > 0$$
$$F_{KK}(K(t),L(t)) \equiv \frac{\partial^2 F(K(t),L(t))}{\partial K(t)^2} < 0$$
$$F_L(K(t),L(t)) \equiv \frac{\partial F(K(t),L(t))}{\partial L(t)} > 0$$
$$F_{LL}(K(t),L(t)) \equiv \frac{\partial^2 F(K(t),L(t))}{\partial K(t)^2} < 0$$

2. ผลได้ต่อขนาดคงที่ (Constant return to scale)

$$Y(\lambda K(t),\lambda L(t) = \lambda F(K(t),L(t)) \qquad ;\forall \lambda > 0$$

3. Inada conditions คือ เมื่อผลผลิตส่วนเพิ่มของปัจจัยแรงงานหรือทุนเข้าใกล้ระยะอนันต์ (Infinity) เมื่อนั้นปัจจัยทั้งสองยิ่งเข้าใกล้ศูนย์ และเมื่อผลผลิตส่วนเพิ่มของปัจจัยการผลิตทั้งสองนั้นเข้าใกล้ศูนย์ เมื่อนั้นปัจจัยการผลิตทั้งสองยิ่งเข้าใกล้อนันต์

$$\lim_{K\to\infty} F_K(K(t),L(t)) = 0; \qquad \lim_{L\to\infty} F_L(K(t),L(t)) = 0$$
$$\lim_{K\to 0} F_K(K(t),L(t)) = \infty; \qquad \lim_{L\to 0} F_L(K(t),L(t)) = \infty$$

4. แรงงาน (L) หรือทุน (K) เป็นปัจจัยที่ขาดไม่ได้ในกระบวนการผลิต

$$Y(t) = F\left[0, L(t)\right] = F\left[K(t), 0\right] = f(0) = 0$$

จากคุณสมบัติผลได้ต่อขนาดคงที่ นำ $1/L(t)$ คูณฟังก์ชั่นการผลิตทั้งสองข้างจะได้

$$\frac{Y(t)}{L(t)} = \frac{F(K(t),L(t))}{L(t)} = L(t)\cdot\left[\frac{K(t)}{L(t)},1\right] = L(t)\cdot f(k)$$

โดยที่ $k(t) = K(t)/L(t)$ คือ ทุนต่อประชากร

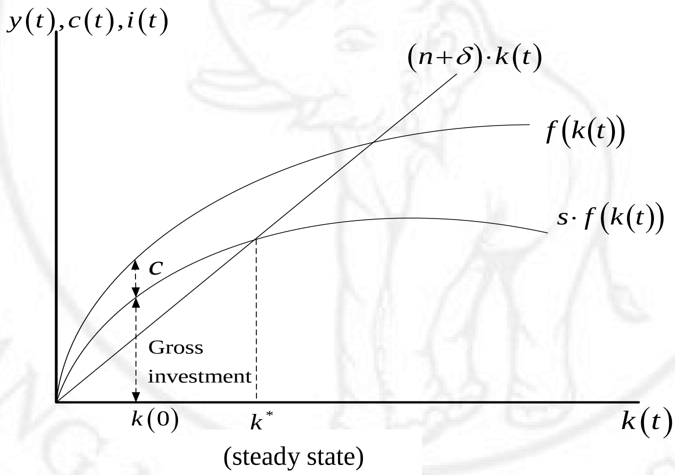
$y(t) = Y(t)/L(t)$ คือ ผลผลิตต่อประชากร

ทำการหาผลผลิตส่วนเพิ่มหน่วยสุดท้ายของทุน และแรงงาน โดยการหาอนุพันธ์จากสมการ $Y(t)=L(t)\cdot f(k)$ เทียบกับปัจจัยการผลิตทุนและแรงงานจะได้ผลผลิตส่วนเพิ่มของทุนและแรงงาน

$$\frac{\partial Y(t)}{\partial K(t)} = f^{'}(k) \tag{2.5}$$

$$\frac{\partial Y(t)}{\partial L(t)} = f(k) - k\cdot f^{'}(k) \tag{2.6}$$

รูปที่ 2.1 การกำหนดทุนต่อประชากรในสภาวะหยุดนิ่ง ของ Solow



จากรูปที่ 2.1 การบริโภคของบุคคลเท่ากับระยะห่างระหว่างเส้นฟังก์ชั่นการผลิต $f(k(t))$ และเส้นสัดส่วนการลงทุนต่อฟังก์ชั่นการผลิต $s(t)\cdot f(k(t))$ ซึ่งค่าเสื่อมที่แท้จริงคือ $(n+\delta)k(t)$ ดังนั้นจุด steady state ของทุนคือจุดที่เส้น $s(t)\cdot f(k(t))$ ตัดเส้น $(n+\delta)k(t)$

แบบจำลองการเจริญเติบโตของ Solow กำหนดให้ครัวเรือนเป็นเจ้าของปัจจัยการผลิต ซึ่งได้รับผลตอบแทนเป็นสินทรัพย์ $r(t)$ และอัตราค่าจ้าง $w(t)$ ดังนั้นรายได้รวมของครัวเรือนคือ $r(t)\cdot(\text{assets})/dt=\left[r(t)\cdot(\text{assets})+w(t)\cdot L(t)\right]-C(t)$ และครัวเรือนมีการสะสมสินทรัพย์

$$\dot{a}(t)=(r(t)\cdot a(t)+w(t))-c(t)-na(t) \tag{2.7}$$

ให้ $R(t)$ คือค่าเช่า และทุนมีค่าเสื่อมที่อัตราคงที่ ดังนั้นอัตราสุทธิผลตอบแทนของทุนคือดังนั้น $R(t)=r(t)+\delta$ หรือ $r(t)=R(t)-\delta$ ธุรกิจจะทำกำไรสูงสุด

$$\pi = F(K(t), L(t)) - (r(t) + \delta) \cdot K(t) - w(t)L(t) \tag{2.8}$$

กำไรของธุรกิจในรูปต่อประชากร

$$\pi = L(t) \cdot \left[f(k(t)) - (r(t) + \delta) \cdot k(t) - w(t) \right] \tag{2.9}$$

ตลาดแข่งขันสมบูรณ์ เมื่อกำไรจะเท่าศูนย์ หน่วยธุรกิจจะเลือกสัดส่วนของทุนต่อแรงงาน ซึ่งผลผลิตส่วนเพิ่มของทุนเท่ากับค่าเช่าและผลผลิตส่วนเพิ่มของแรงงานเท่ากับอัตราค่าจ้าง

$$f^{'}(k(t)) = (r(t) + \delta) \tag{2.10}$$

$$[f(k(t)) - (k(t) \cdot f^{'}(k(t)) = w(t)] \tag{2.11}$$

เนื่องจากในระบบเศรษฐกิจแบบปิดไม่มีการกู้ยืม ดุลยภาพตามแบบจำลองการเจริญเติบโตของ Solow สินทรัพย์เท่ากับทุน $\left(a(t) = k(t)\right)$ แทนค่าสมการ (2.10) และ (2.11) ในสมการ (2.7)

$$\dot{k}(t) = f\left(k(t)\right) - c(t) - (n + \delta) \cdot k(t)$$

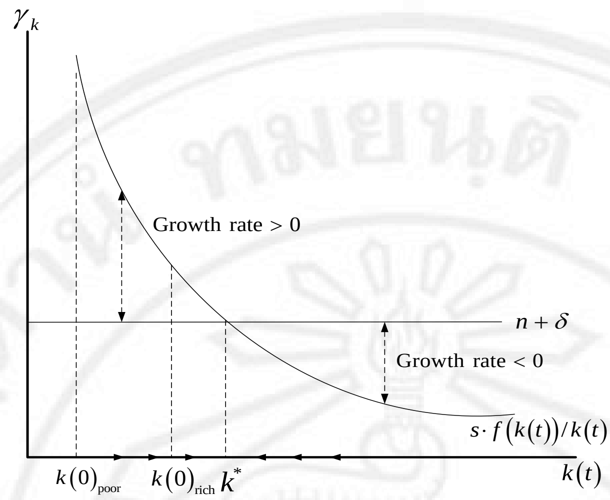
การบริโภคของครัวเรือนในสัดส่วนของรายได้ $c(t) = \left(1 - s(t)\right) \cdot f\left(k(t)\right)$ จะมีการเปลี่ยนแปลงของทุนดังสมการ

$$\dot{k}(t) = s \cdot f(k(t)) - (n + \delta) \cdot k(t) \tag{2.12}$$

ณ Steady state ของแบบจำลองนี้ ทุนมีค่าคงที่ $\dot{k}(t) = 0$ ในสมการ (2.12), $y(t)$ และ $c(t)$ มีค่าคงที่เท่ากับ $y^{*} = f\left(k^{*}\right)$ และ $c^{*} = (1 - s) \cdot f\left(k^{*}\right)$ หรือจุดตัดของเส้น $s \cdot f\left(k(t)\right)$ และเส้น $(n + \delta)k(t)$ แทนค่า $k(t) = k^{*}$ $\qquad s \cdot f'\left(k^{*}\right) = (n + \delta)k^{*}$

ดังนั้นการเจริญเติบโตระยะยาวในแบบจำลอง Solow ณ Steady state จะไม่ขึ้นอยู่กับอัตราการออม หรือระดับของเทคโนโลยี พิจารณาได้โดยหารสมการ (2.12) ด้วย $k(t)$ จะได้อัตราการเจริญเติบโตของ $k(t)$ หรือ $\left(\gamma_k\right)$

$$\gamma_k \equiv \dot{k}(t) / k(t) \equiv s \cdot f(k(t)) / k(t) - (n + \delta) \tag{2.13}$$



รูปที่ 2.2 พลวัตรในแบบจำลองของ Solow

จากรูปที่ 2.2 แสดงอัตราการเจริญเติบโตของ $k(t)$ ณ จุดตัดระหว่างเส้นออม $s \cdot f(k(t))/k(t)$ และเส้นเสื่อม $n+\delta$ ซึ่ง $k(t) < k^*$ ทำให้อัตราการเจริญเติบโตของ $k(t)$ มีค่าเป็นบวกและเพิ่มเข้าสู่ k^* แต่ $k(t) > k^*$ อัตราการเจริญเติบโตของ $k(t)$ มีค่าลบและลดลงเข้าสู่ k^* ดังนั้น Steady state ของทุนต่อหัว k^* จะไม่เปลี่ยนแปลง

ดังนั้น สามารถสรุปเป็นนัยสำคัญเชิงนโยบาย เกี่ยวกับแนวความคิดการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจของ Solow ดังนี้ *(พรรณี ญานะตื้อ, 2008)*

1. การเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจของแต่ละประเทศขึ้นอยู่กับการออมและการลงทุน เป็นการแสดงบทบาทสำคัญของทุน ถ้าประเทศใดก็ตามนำรายได้ของตนมาออมให้มากขึ้น แล้วนำเงินออมนั้นมาใช้เป็นทุนในการพัฒนาโครงสร้างพื้นฐานทางเศรษฐกิจ ซึ่งส่งผลให้อัตราการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจสูงกว่าประเทศที่มีการออมและการลงทุนต่ำ ดังนั้นประเทศที่ต้องการจะเพิ่มอัตราการขยายตัวทางเศรษฐกิจให้สูงขึ้น และปรับปรุงมาตรฐานความเป็นอยู่ของประชากรให้ดีขึ้น ซึ่งสามารถทำได้โดยการทำให้อัตราการออมและการลงทุนให้เพิ่มมากขึ้น

2. แบบจำลองการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจของ Solow แสดงถึงความสามารถที่ประเทศยากจนจะสามารถตามทันประเทศที่ร่ำรวยได้ (Convergence of per capital income hypothesis) ซึ่งเป็นผลมาจากการลดน้อยถอยลงของผลผลิตส่วนเพิ่ม (Diminishing return) กล่าวคือถึงแม้ประเทศที่มีการออมและการลงทุนสูง แต่อย่างไรก็ตามเมื่อมีการลงทุนเพิ่มขึ้นเรื่อยๆ การเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจจะเริ่มถึงจุดจำกัด เนื่องจากทุกๆประเทศมีที่ดิน ทรัพยากรธรรมชาติตลอดจนแรงงานจำกัด ดังนั้นการเพิ่มการลงทุนมากขึ้น เมื่อถึงจุดจำกัดทำให้ผลผลิตเพิ่มขึ้นได้น้อยและการ

เจริญเติบโตชะลอตัวในที่สุด ดังนั้นประเทศที่พัฒนาตามมาทีหลังและมีการออมการลงทุนที่สูงก็จะตามทัน โดยสามารถมีรายได้ประชาชาติเท่าเทียมกับประเทศที่พัฒนาแล้วในที่สุด

2.1.2 การเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจของ Ramsey (The Ramsey growth model)

ในแนวความคิดเกี่ยวกับการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจของ Solow ที่กล่าวมาก่อนนั้น เป็นการวิเคราะห์เกี่ยวกับอัตราการออม การบริโภคในสัดส่วนของรายได้ ที่เป็นการกำหนดคงที่จากภายนอก ซึ่งเป็นเหตุผลสำคัญที่ว่า ปริมาณการลงทุนทั้งหมดในระบบเศรษฐกิจ ถูกกำหนดจากอัตราการออมจากภายนอก โดยไม่ได้กล่าวถึงพฤติกรรมของผู้บริโภค แต่ในส่วนแนวความคิดของ Ramsey ที่แสดงในแบบจำลองคือมีการกำหนดการออมจากภายในและการออมไม่คงที่ ซึ่งมีความหมายว่าครัวเรือนสามารถแสวงหาอรรถประโยชน์สูงสุดและหน่วยธุรกิจจะทำกำไรสูงสุดข้ามห้วงเวลาโดยภายใต้ข้อจำกัดด้านงบประมาณ แบบจำลองนี้สมมติให้ครัวเรือนมีการบริโภคและมีจำนวนประชากรเติบโตที่อัตรา n และการออมที่อยู่ในรูปของผลตอบแทนเป็นสินทรัพย์ *(Barro and Sala-i-Martin. 2004, หน้า 85-102)*

จากกรอบความคิดที่ว่าครัวเรือนเป็นแหล่งกำเนิดแรงงาน ที่สนองให้แก่ภาคการผลิต โดยมีผลตอบแทนในรูปค่าแรง และมีรายได้ในรูปของสินทรัพย์ ซึ่งส่วนหนึ่งนำไปบริโภค นอกจากนั้นแบบจำลอง ยังสมมติให้ครัวเรือนมีคุณลักษณะด้านแรงงาน และค่าจ้างแรงงานเหมือนกัน ซึ่งแต่ละครัวเรือนจะมีแรงงานอย่างน้อยที่สุดหนึ่งคนขึ้นไป และจะได้รับผลตอบแทนเป็นค่าจ้างแรงงาน

แบบจำลองของ Ramsey กำหนดให้ระบบเศรษฐกิจเป็นแบบปิด ไม่มีภาครัฐบาล และให้ประชากรมีการเจริญเติบโตที่อัตรา n โดยถูกกำหนดจากภายนอก

$$L(t) = e^{nt} \tag{2.14}$$

แต่ละครัวเรือนจะแสวงหาอรรถประโยชน์สูงสุด (U)

$$U = \int_0^\infty u[c(t)] \cdot e^{nt} \cdot e^{-\rho t}\, dt \tag{2.15}$$

เมื่อ $c(t)$ คือ การบริโภคของครัวเรือน ณ เวลา t

ρ คือ อัตราคิดลด (Discount rate)

n คือ อัตราการเจริญเติบโตของประชากร

สมมติให้ฟังก์ชันอรรถประโยชน์ $u(c)$ มีลักษณะการเพิ่มขึ้นแบบ Increasing เมื่อ c เพิ่มขึ้น และมีลักษณะแบบ concave จะได้ $u'(c) > 0$ และ $u''(c) < 0$

จากเงื่อนไขของตลาดแข่งขันสมบูรณ์ ครัวเรือนจะไม่มีผลต่อการกำหนดราคาปัจจัย ทำให้ในตลาดแรงงานความต้องการขายแรงงานจะเท่ากับความต้องการแรงงานของตลาด

ข้อจำกัดของงบประมาณ คือ

$$\dot{a}(t) = w(t) + r(t)a(t) - c(t) - na(t) \tag{2.16}$$

เมื่อ $\dot{a}(t)$ คือ การเปลี่ยนแปลงของสินทรัพย์เมื่อเวลาเปลี่ยน

$w(t)$ คือ อัตราค่าจ้าง ณ เวลา t

$r(t)$ คือ อัตราดอกเบี้ยแท้จริง ณ เวลา t

ใช้วิธีการ Hamiltonian เพื่อแสดงว่าครัวเรือนจะได้รับอรรถประโยชน์สูงสุด ภายใต้งบประมาณที่จำกัด

$$H = u[c(t)] \cdot e^{-(\rho - n)t} + v(t) \cdot \{w(t) + [r(t) - n] \cdot a(t) - c(t)\} \tag{2.17}$$

เมื่อ $v(t)$ คือ มูลค่าปัจจุบันราคาเงาของรายได้ในหน่วยความพึงพอใจ

อนุพันธ์ลำดับที่หนึ่งเมื่อได้รับอรรถประโยชน์สูงสุด คือ

$$\frac{\partial H}{\partial c} = 0 \Rightarrow v = u'(c)e^{-(\rho - n)t} \tag{2.18}$$

$$\dot{v} = -\partial H / \partial a \Rightarrow \dot{v} = -(r - n) \cdot v \tag{2.19}$$

โดย Transversality condition คือ

$$\lim_{t \to \infty} [v(t) \cdot a(t)] = 0 \tag{2.20}$$

ด้านหน่วยธุรกิจ จะผลิตสินค้าเพียงชนิดเดียว จ่ายค่าแรงให้กับปัจจัยแรงงาน จ่ายค่าเช่าให้กับปัจจัยทุน และแต่ละหน่วยธุรกิจมีเทคโนโลยีในการผลิต

$$Y(t) = F[K(t), L(t), T(t)] \tag{2.21}$$

เมื่อ $Y(t)$ คือ ผลผลิต ณ เวลา t

$K(t)$ คือ ปัจจัยทุน ณ เวลา t

$L(t)$ คือ ปัจจัยแรงงาน ณ เวลา t

$T(t)$ คือ ความก้าวหน้าทางเทคโนโลยี ณ เวลา t

และ $T(t) = T(0)e^{xt}$, $T(0) = 1$

หน่วยธุรกิจจะเลือกปัจจัยทุนและแรงงานเพื่อให้ได้รับกำไรสูงสุด

$$\pi = F(K, \hat{L}) - (r + \delta) \cdot K - wL \tag{2.22}$$

อนุพันธ์ลำดับที่หนึ่งของแต่ละปัจจัย จะได้

$$\frac{\partial \pi}{\partial K} = 0 \Rightarrow f'(k) = r + \delta \tag{2.23}$$

$$\frac{\partial \pi}{\partial L} = 0 \Rightarrow f(k) - k \cdot f'(k) = w \tag{2.24}$$

สมการที่ (2.23) แสดงผลผลิตส่วนเพิ่มของทุนเท่ากับผลตอบแทนของทุน ส่วนสมการที่ (2.24) แสดงผลผลิตส่วนเพิ่มของแรงงานเท่ากับผลตอบแทนของแรงงาน

พิจารณาที่ดุลยภาพของแบบจำลอง ในระบบเศรษฐกิจแบบปิด สินทรัพย์ต่อหัว a จะเท่ากับทุนต่อหัว k จากข้อจำกัดของครัวเรือนในสมการ (2.16) เมื่อแทนค่า $a = k$, $\hat{k} = ke^{-xt}$, $r = f'(\hat{k}) - \delta$, $w = [f(\hat{k}) - \hat{k} \cdot f'(\hat{k})]e^{xt}$ จะได้

$$\dot{\hat{k}} = f(\hat{k}) - \hat{c} - (x + n + \delta) \cdot \hat{k} \tag{2.25}$$

เมื่อ $\hat{c} \equiv C / \hat{L} = ce^{-xt}$ จากสมการที่ (2.25) การเปลี่ยนแปลงในสต็อกทุนจะเท่ากับส่วนต่างของผลผลิต การบริโภค และค่าเสื่อม ส่วนการเปลี่ยนแปลงใน $\hat{k} \equiv K / \hat{L}$ จะทำให้เกิดการเจริญเติบโตใน $\hat{L}$ ที่อัตรา $x + n$

สมการการเจริญเติบโตของ c คือ $\dot{c}/c = (1/\theta)\cdot(r-\rho)$ ถ้าใช้เงื่อนไข $r = f'(\hat{k}) - \delta$ และ $\hat{c} = ce^{-xt}$ จะได้

$$\dot{\hat{c}}/\hat{c} = \frac{\dot{c}}{c} - x = \frac{1}{\theta}\cdot[f'(\hat{k}) - \delta - \rho - \theta x] \tag{2.26}$$

สามารถเขียน Transversality condition ในเทอมของ $\hat{k}$ โดยการแทนค่า $a = k$ และ $\hat{k} = ke^{-xt}$ ในสมการ $\lim_{t\to\infty}\{a(t)\cdot\exp[-\int_0^t[r(v)-n]dv]\} = 0$ จะได้

$$\lim_{t\to\infty}\{\hat{k}\cdot\exp-\int_0^t(f'(\hat{k}) - \delta - x - n)dv\} = 0 \tag{2.27}$$

ที่สถานะคงตัว (The Steady State) จากสมการที่ (2.25), (2.26) และ (2.27) เมื่ออยู่ในสถานะคงตัว ตัวแปรต่างๆ จะมีการเจริญเติบโตในอัตราคงที่ และ $\hat{k}$ กับ $\hat{c}$ จะเท่ากับศูนย์

กำหนดให้ $(\gamma_{\hat{k}})^*$ คืออัตราการเจริญเติบโตที่สถานะคงตัวของ $\hat{k}$ และ $(\gamma_{\hat{c}})^*$ คืออัตราการเจริญเติบโตที่สถานะคงตัวของ $\hat{c}$ ในสถานะคงตัวสมการที่ (2.26) จะได้

$$\hat{c} = f'(\hat{k}) - (x+n+\delta)\cdot\hat{k} - \hat{k}\cdot(\gamma_{\hat{k}})^* \tag{2.28}$$

หาอนุพันธ์เทียบกับเวลา t จะได้

$$\dot{\hat{c}} = \hat{k}\cdot\{f'(\hat{k}) - [x+n+\delta+(\gamma_{\hat{k}})^*]\} \tag{2.29}$$

จาก Transversality condition ในสมการ (2.27) ที่ $(\gamma_{\hat{k}})^*$ และ $(\gamma_{\hat{c}})^*$ จะต้องมีเครื่องหมายในทิศทางเดียวกัน ถ้า $(\gamma_{\hat{k}})^* > 0, \hat{k} \to \infty$ และ $f'(\hat{k}) \to 0$ จะทำให้ $(\gamma_{\hat{c}})^*$ ในสมการที่ (2.26) มีค่าน้อยกว่าศูนย์ แต่ถ้า $(\gamma_{\hat{k}})^* < 0, \hat{k} \to 0$ และ $f'(\hat{k}) \to \infty$ จะทำให้ $(\gamma_{\hat{c}})^*$ ในสมการที่ (2.26) มีค่ามากกว่าศูนย์ ซึ่งผลที่ได้นี้จะไม่สอดคล้องกับ Transversality condition ที่ผลลัพธ์ของ $(\gamma_{\hat{k}})^*$ และ $(\gamma_{\hat{c}})^*$ ต้องมีเครื่องหมายในทิศทางเดียวกัน ดังนั้นความเป็นไปได้เพียงอย่างเดียวที่ผลจะเป็นไปตามนี้คือ $(\gamma_{\hat{k}})^* = (\gamma_{\hat{c}})^* = 0$

ในสถานะคงตัว ตัวแปรต่อหน่วยของประสิทธิภาพแรงงาน $\hat{c}$, $\hat{k}$ และ $\hat{y}$ จะไม่มีการเปลี่ยนแปลง ตัวแปรต่อหัว c, k และ y จะมีการเจริญเติบโตที่อัตรา x (ความก้าวหน้าทางเทคโนโลยี) และตัวแปร K, C และ Y จะมีการเจริญเติบโตที่อัตรา $x+n$

จากแนวความคิดของ Ramsey ที่มีการกำหนดการออมจากภายในและการออมไม่คงที่ มีความหมายว่าครัวเรือนสามารถแสวงหาอรรถประโยชน์สูงสุด และหน่วยธุรกิจจะทำกำไรสูงสุดข้ามห้วงเวลา ซึ่งสามารถแสดงภาพรวมที่ว่า ปริมาณการลงทุนทั้งหมดในระบบเศรษฐกิจ ถูกกำหนดจากอัตราการออมจากภายในของภาคครัวเรือนที่ไม่คงที่ ซึ่งพฤติกรรมของผู้บริโภค มีผลต่อการเปลี่ยนแปลงของตัวแปรอื่นๆได้อย่างชัดเจน ซึ่งศึกษาเกี่ยวกับระบบเศรษฐกิจโดยรวม บนพื้นฐานการวิเคราะห์ในแบบเดียวกัน เป็นเครื่องมือช่วยให้ภาครัฐบาลเข้ามามีบทบาทในการควบคุมระบบเศรษฐกิจได้อย่างมีประสิทธิภาพ ซึ่งในส่วนนี้ก็มีความเห็นที่หลากหลาย สามารถแบ่งเป็นสองกลุ่มดังนี้ *(รศ.ดร.อัญชนา ณ ระนอง)*

จากมุมมองของ Adam Smith มีอยู่ว่า ควรจำกัดบทบาทของรัฐ เขามองว่า ในระบบตลาดมีการแข่งขัน คนที่เข้ามาแข่งขันต้องการผลประโยชน์สูงสุด เช่น นักลงทุนต้องการกำไร (Maximize Profit) ซึ่งถ้าทุกคนมุ่งมาหากำไรสูงสุด สุดท้ายส่วนรวมก็จะได้ประโยชน์ไปด้วย เพราะในการแข่งขันตราบใดที่ยังมีกำไร ก็จะมีหน่วยธุรกิจใหม่ๆ เข้ามาแข่งขัน ซึ่งราคา คุณภาพจะต้องพอๆ กัน ทุกคนจะพยายามผลิตให้ดีที่สุด เพื่อให้แข่งขันกับคนอื่นได้ ผู้บริโภคก็จะได้สินค้าคุณภาพ ในราคาที่ต่ำสุดสิ่งนี้เรียกว่า “มือที่มองไม่เห็น” (Invisible Hand) ดังนั้น รัฐควรจำกัดบทบาทของตัวเอง กล่าวโดยสรุปคือ ผลประโยชน์ของบุคคลกับผลประโยชน์ของส่วนรวมเป็นสิ่งที่ไม่ขัดแย้งกัน สิ่งที่รัฐควรทำ คือ ออกกฎหมาย ระเบียบ ป้องกันการผูกขาด ให้มีการแข่งขันกันอย่างเสรี ซึ่งความคิดนี้มีอิทธิพลมากต่อประเทศสหรัฐอเมริกา แต่ก็ไม่ใช่ทุกคน กลุ่มที่เห็นด้วย นำโดย John Stuart Mill เห็นว่าควรเป็นการค้าเสรีตามกลไกตลาด (Laissez Fair หรือ Leave it alone) คือ ให้แข่งขันกันไปแล้วผลประโยชน์จะตกแก่สังคมเอง และ กลุ่มที่ไม่เห็นด้วย คือ Robert Oven / Karl Marx บอกว่าสภาพเลวร้ายของสังคมที่มีความไม่เสมอภาคของรายได้มาจากระบบทุนนิยม คนมีปัจจัยการผลิตมากจะสามารถทำกำไรได้มาก คนที่มีปัจจัยการผลิตน้อยก็จะทำกำไรได้น้อย แสดงว่าคนมีปัจจัยการผลิตที่ไม่เท่ากัน การแข่งขันในระบบทุนนิยมจะนำไปสู่การกระจุกตัวของทุนในมือของคนจำนวนน้อย ดังนั้น ควรมีการจัดระบบสังคมใหม่ (reorganize) โดยรัฐเป็นผู้ควบคุมปัจจัยการผลิตเพื่อให้เกิดความเท่าเทียมกันในสังคม

อีกแนวคิดหนึ่งคือ Modern Political Economy ระบบการคลังไปเกี่ยวข้องกับระบบประชาธิปไตยที่มีอยู่ คือ ถ้ามีรัฐบาลกุมอำนาจในสภาได้ทั้งหมด รัฐจะสามารถทำทุกอย่างได้อย่างเสรี โดยไม่มีการคานอำนาจ ซึ่งอาจเกิดปัญหาได้ ประชาธิปไตยที่สมบูรณ์หรือไม่สมบูรณ์ก็จะมีส่วนกำหนดระบบการคลังของประเทศแนวความคิดเกี่ยวกับเรื่องบทบาทของรัฐมีตั้งแต่กลุ่มที่เชื่อว่าไม่จำเป็นต้องมีรัฐ (Anarchist) ไปจนถึงกลุ่มที่เชื่อว่ารัฐควรเข้ามามีบทบาทมาก แต่ประเทศส่วน

ใหญ่ของโลกจะอยู่ช่วงกลางๆ ของสองขั้วนี้โดยถือว่าเป็นแบบผสม คือรัฐเข้ามามีบทบาททางเศรษฐกิจในระดับหนึ่ง

2.1.3 การเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจจากภายใน (Endogenous growth model)

เป็นแบบจำลองที่ไม่มีการลดน้อยถอยลงของทุน คุณสมบัตินี้เป็นการเจริญเติบโตจากภายใน หรือกระบวนการศึกษา เป็นปัจจัยในการผลิตอย่างหนึ่ง ทำให้มนุษย์มีความรู้ความสามารถทำการวิจัยและพัฒนาความรู้และวิทยาการใหม่ ๆ (เทคโนโลยีใหม่) และมีการถ่ายทอดอย่างแพร่หลาย นักเศรษฐศาสตร์มีสมมติฐานว่าผลดีภายนอก (External benefits) ของทุนนั้นเกิดขึ้นมากพอที่จะทำการพัฒนาในระยะยาว และไม่มีการลดน้อยถอยลงในผลผลิตส่วนเพิ่มของทุน (Diminishing marginal product of human capital) ถ้าเป็นจริง ก็หมายความว่าในระยะยาวการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจจะอาศัยการเพิ่มทุนการค้นคว้าวิจัยและพัฒนา ทำให้เศรษฐกิจเติบโตอย่างไม่หยุดยั้ง *(Barro et al., 2004, หน้า 205-210)*

แบบจำลองนี้มีข้อสมมติ คือ สามารถเข้าถึงเทคโนโลยีได้ง่าย และมีปัจจัยการผลิต 2 ชนิด คือ ปัจจัยทุน และแรงงาน ดังนั้นจะได้ Homogeneity of degree 1 ในทุนและแรงงาน

$$F(\lambda K(t),\lambda L(t)) = \lambda F(K(t),L(t))$$

ได้ “Euler’s theorem” ดังนี้

$$F\big(K(t),L(t)\big) = F_K K(t) + F_L L(t)$$

ลักษณะหลักของแบบจำลอง Endogenous growth คือไม่มีการลดน้อยถอยลงของทุนดังนั้นฟังก์ชั่นการผลิตคือ AK model

$$Y(t) = AK(t) \tag{2.30}$$

โดยที่ A คือ ระดับของเทคโนโลยี ดังนั้นได้ผลผลิตต่อประชากรคือ

$$y(t) = Ak(t) \tag{2.31}$$

และค่าเฉลี่ยและผลผลิตหน่วยสุดท้ายของทุนมีค่าคงที่ ที่ระดับ $A > 0$

โดยให้ครัวเรือนมีฟังก์ชั่นความพอใจอยู่ในรูปความยืดหยุ่นของการทดแทนกันข้ามห้วงเวลาคงที่ (Constant Intertemporal Elasticity of Substitution: CIES) ดังนี้

$$U = \int_0^{\infty}\left[\frac{c(t)^{(1-\theta)}-1}{(1-\theta)}\right]d(t) \tag{2.32}$$

จากข้อสมมติให้ครัวเรือนเป็นเจ้าของปัจจัยทุน (Capital) และแรงงาน (Labour) โดยได้รับผลตอบแทนจากสินทรัพย์ $r(t)$ และผลตอบแทนจากแรงงาน $w(t)$ ซึ่งทุนมีค่าเสื่อมที่อัตราคงที่ δ ดังนั้นอัตราค่าเช่าที่แท้จริงจะเท่ากับราคาค่าเช่าลบด้วยค่าเสื่อมของทุน $r(t) = R(t) - \delta$

ข้อจำกัดงบประมาณของครัวเรือนคือ

$$\dot{a}(t) = (r(t)-n)a(t) + w(t) - c(t) \tag{2.33}$$

โดยที่	$a(t)$	คือสินทรัพย์สุทธิต่อบุคคล ณ เวลา t
	$\dot{a}(t) = \dfrac{da(t)}{dt}$	คือสินทรัพย์ที่เปลี่ยนแปลงไปเมื่อเวลาเปลี่ยนแปลง
	$r(t)$	คือค่าเช่าที่แท้จริง ณ เวลา t
	n	คืออัตราการเจริญเติบโตของประชากร

ครัวเรือนจะทำการบริโภคสูงสุดภายใต้ข้อจำกัดงบประมาณโดยวิธีการ Hamiltonian

$$H = u(c(t))e^{-(\rho-n)t} + v(t)[w(t) + (r(t)-n)a(t) - c(t)] \tag{2.34}$$

โดยที่ $v(t)$ คือ มูลค่าปัจจุบันของราคาเงาของรายได้ในหน่วยความพอใจ

$$\frac{\partial H}{\partial c(t)} = 0 \Rightarrow v(t) = u'(c(t))e^{-(\rho-n)t} \tag{2.35}$$

$$\frac{\partial H}{\partial a(t)} = -\dot{v}(t) \Rightarrow \dot{v}(t) = -[r(t)-n]v(t) \tag{2.36}$$

$$\lim_{t\to\infty}[v(t)\cdot a(t)] = 0 \Rightarrow \lim_{t\to\infty}\left\{a(t)\exp\left[-\int_0^t [r(v)-n]dv\right]\right\} = 0 \tag{2.37}$$

จากสมการ (2.35), (2.36) และ (2.37) จะได้เงื่อนสำหรับดุลยภาพคือ

$$\frac{\dot{c}(t)}{c(t)} = \frac{1}{\theta}(r(t) - \rho) \tag{2.38}$$

และ Transversality Condition ตามสมการ (2.37)

$$\lim_{t\to\infty}\left\{a(t)\exp\left[-\int_0^t \left[r(v)-n\right]dv\right]\right\} = 0 \tag{2.39}$$

พฤติกรรมของหน่วยธุรกิจในแบบจำลอง AK คือหน่วยธุรกิจจะมีฟังก์ชั่นการผลิตคือ

$$y(t) = f\left(k(t)\right) = Ak(t)$$

ซึ่ง $A > o$ และ $f'\left(k(t)\right) = A$ จากข้อสมมติข้างต้นที่กำหนดให้ทุนมีค่าเสื่อมโดยที่อัตราค่าเช่าที่แท้จริงจะเท่ากับราคาค่าเช่าลบด้วยค่าเสื่อมของทุนดังนั้นหน่วยธุรกิจจะทำกำไรสูงสุดภายใต้เงื่อนไข

$$R(t) = (r(t) + \delta) \tag{2.40}$$

$$r(t) = (A - \delta) \tag{2.41}$$

ถ้าผลผลิตส่วนเพิ่มของแรงงาน (Marginal product of labour) เท่ากับศูนย์ แล้วอัตราค่าจ้าง $w(t)$ จะเท่ากับศูนย์ด้วย ดังนั้นจะได้ดุลยภาพโดยสมมติให้เป็นระบบเศรษฐกิจแบบปิด ที่สินทรัพย์จะเท่ากับทุน $\left(a(t) = k(t)\right)$

แทนค่า $a(t) = k(t),\ r(t) = A - \delta,\ w(t) = 0$ ไปในสมการ (2.33) จะได้

$$\dot{k}(t) = (A - \delta - n)k(t) - c(t) \tag{2.42}$$

$$\frac{\dot{c}(t)}{c(t)} = \frac{1}{\theta}(A - \delta - \rho) \tag{2.43}$$

$$\lim_{t\to\infty}\left\{k(t)e^{-(A-\delta-n)t}\right\} = 0 \tag{2.44}$$

สมการ (2.43) แสดงถึงการเจริญเติบโตของการบริโภคไม่ขึ้นอยู่กับการสะสมทุนต่อประชากร $\left(k(t)\right)$ หรือที่ระดับการบริโภคต่อประชากร ณ เวลาศูนย์ $c(0)$ การบริโภคต่อประชากร ณ เวลา t $c(t)$ คือ

$$c(t)=c(0)e^{(1/\theta)\cdot(A-\delta-\rho)\cdot t}$$

การเจริญเติบโตของทุนและผลผลิตต่อประชากร สามารถหาได้โดยหารสมการ (2.42) ด้วย $\left(k(t)\right)$ จะได้

$$c(t)/k(t)=(A-\delta-n)-\dot{k}(t)/k(t)$$

ที่ Steady state ตัวแปรทุกตัวมีอัตราการเจริญเติบโตคงที่ จะได้พจน์ด้านขวา $(A-\delta-n)-\dot{k}(t)/k(t)$ คงที่ ดังนั้น c/k จะคงที่ และอัตราการเจริญเติบโตของทุนต่อประชากรจะเท่ากับอัตราการเจริญเติบโตของการบริโภคต่อประชากรในสมการ (2.43)

ทฤษฎีการเจริญเติบโตจากภายใน (Endogenous Growth) แสดงให้เห็นว่าในระยะยาว ถ้าประเทศต้องการที่จะเพิ่มรายได้ต่อหัวประชากร การสะสมทุนอย่างเดียวไม่สามารถทำให้ประเทศสามารถเติบโตได้ การเพิ่มขึ้นในระดับเทคโนโลยีของประเทศต่างหากที่สามารถทำให้รายได้ต่อหัวประชากรเพิ่มขึ้นได้ ดังนั้น ทุนมนุษย์ในด้านการศึกษา การพัฒนาด้านฝีมือแรงงาน การวิจัยและพัฒนาเทคโนโลยีใหม่ๆ ล้วนแต่เป็นปัจจัยสำคัญต่อการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจ ซึ่งจะทำให้ประชากรและแรงงานในสังคมสามารถพัฒนาประสิทธิภาพในการผลิตให้สูงขึ้นและสามารถผลิตสินค้าและบริการได้มากขึ้น แม้ในภาวะที่มีทรัพยากรจำกัด *(อัครนันท์ คิดสม, 2010)*

ทฤษฎีการเจริญเติบโตจากภายใน เป็นแนวความคิดที่แสดงให้เห็นว่าเศรษฐกิจจะเจริญเติบโตอย่างเข้มแข็งในระยะยาวได้นั้น การเน้นการลงทุนทางกายภาพอย่างเดียวไม่เพียงพอ จะต้องให้ความสำคัญกับการลงทุนในทุนมนุษย์ด้วย เศรษฐกิจจึงจะเจริญเติบโตอย่างยั่งยืน ดังนั้น ในอีกมุมมองหนึ่ง จึงเป็นการเน้นบทบาทของภาครัฐบาลในกานส่งเสริมการลงทุน ทั้งด้านทุนกายภาพ และทุนมนุษย์

2.2. การวิเคราะห์ทางเศรษฐมิติ (Econometric Analysis)

ในงานวิจัยชิ้นนี้ ใช้ข้อมูลแพแนล ซึ่งมีประโยชน์ในการศึกษามากกว่าการใช้ข้อมูลภาคตัดขวางหรืออนุกรมเวลาเพียงอย่างเดียว เพราะความหลากหลายของข้อมูลทำให้ค่าความเป็นอิสระ (Degree of freedom) มากขึ้น และเป็นการลดปัญหาภาวะร่วมเส้นตรง (Collinearity) ทำให้ค่าประมาณที่ได้มีความน่าเชื่อถือมากขึ้น นอกจากนั้นข้อมูลแพแนลยังสามารถระบุและวัดผลกระทบที่ไม่สามารถพบได้เมื่อใช้ข้อมูลภาคตัดขวางหรือข้อมูลอนุกรมเวลาเพียงอย่างเดียว

การประมาณค่าข้อมูลแพแนล สามารถศึกษาการปรับตัว หรือการเปลี่ยนแปลงแบบพลวัตรที่เกิดจากการสังเกตข้อมูลซ้ำ ๆได้ดี และใช้วิเคราะห์แบบจำลองที่มีความซับซ้อนได้ดีกว่าข้อมูลภาคตัดขวางและข้อมูลอนุกรมเวลา *(Baltagi, 2001)*

นอกจากนี้เหตุผลสำคัญทำให้การใช้ข้อมูลแพแนลในการวิเคราะห์มีความได้เปรียบคือ ข้อมูลแพแนลไม่มีข้อจำกัดด้านสมมติฐาน และสามารถอธิบายการเปลี่ยนแปลงของข้อมูลแต่ละหน่วยข้ามช่วงเวลาได้ ซึ่งแบบจำลองแพแนลทั่วไปในรูปเชิงเส้น มีดังนี้ *(Verbeek, 2004)*

$$y_{it} = \alpha_i + x_{it}'\beta_{it} + \varepsilon_{it} \tag{2.45}$$

โดยที่ i คือ ข้อมูลภาคตัดขวาง $i = 1,...,N$

t คือ ข้อมูลอนุกรมเวลา $t = 1,...,T$

y_{it} คือ เวกเตอร์ 1×1 ของตัวแปรตาม

α_i คือ จำนวนจริง (ค่าคงที่)

x_{it} คือ เวกเตอร์ $k\times1$ ของตัวแปรอธิบาย

β_{it} คือ เวกเตอร์ $k\times1$ ของค่าสัมประสิทธิ์

ε_{it} คือ ค่าความคลาดเคลื่อน

การประมาณค่าความสัมพันธ์ของแบบจำลองแพแนล ขึ้นอยู่กับข้อสมมติเบื้องต้นของค่าคงที่ (α_i) ค่าสัมประสิทธิ์ (β_{it}) และค่าความคลาดเคลื่อน (ε_{it})

ในกรณีทั่วไปนั้นจะสมมติให้ค่าความคลาดเคลื่อน (ε_{it}) มีการแจงแจงเหมือนกันในทุก ๆ หน่วยภาคตัดขวางและช่วงเวลา ซึ่งค่าคลาดเคลื่อนจะมีค่าเฉลี่ยเท่ากับศูนย์และมีค่าแปรปรวนเท่ากับ σ_ε^2

2.2.1 การทดสอบความนิ่งของข้อมูล (Panel unit root)

การใช้ข้อมูลแพแนลประมาณความสัมพันธ์ของแบบจำลองนั้น จะต้องมีการทดสอบความนิ่ง (Stationary) ของข้อมูลก่อน จากสมการ AR (1) ของข้อมูลแพแนล

$$y_{it} = \alpha_i + \rho_i y_{it} + \varepsilon_{it} \tag{2.46}$$

เปลี่ยนรูปสมการจะได้

$$\Delta y_{it} = \alpha_i + \pi_i y_{it-1} + \varepsilon_{it}; \pi_i = \rho_i - 1 \tag{2.47}$$

โดยที่ i คือ ข้อมูลภาคตัดขวาง $i = 1,\ldots,N$

t คือ ข้อมูลอนุกรมเวลา $t = 1, \ldots, T$

y_{it} คือ ตัวแปรภายนอก

π_i คือ ค่าสัมประสิทธิ์ของ Autoregressive

ε_{it} คือ ค่าความคลาดเคลื่อน

สมมติฐานที่ใช้ในการทดสอบ คือ

$H_o : \pi_i = 0$ (ข้อมูลแพแนลมียูนิทรูท)

$H_a : \pi_i < 0$ (ข้อมูลแพแนลไม่มียูนิทรูท)

การทดสอบแพแนลยูนิทรูท ในส่วนนี้จะมีการเสนอ 5 วิธีการทดสอบ คือทดสอบแพแนลยูนิทรูทด้วยวิธี Levin, Lin and Chu (LLC) test , Breitung test, Hadri test, Im, Pesaran and Shin (IPS) test และ Fisher-Type Test โดยใช้ Fisher-ADF และ Fisher-PP ดังนี้

1) วิธีการทดสอบของ Levin, Lin and Chu (LLC)

จากสมการ

$$\Delta y_{it} = \rho y_{i,t-1} + \sum_{L=1}^{p_i} \theta_{iL} \Delta y_{it-L} + \alpha_{mi} d_{mt} + \varepsilon_{it} ; m = 1,2,3 \tag{2.48}$$

โดยที่ d_{1m} = เซ็ทว่าง, $d_{2m} = \{1\}$ และ $d_{3m} = \{1, t\}$

Δy_{it} คือ ผลต่างของ y_{it}

p_i คือ จำนวน Lag order สำหรับผลต่างของ y_{it}

α_{mi} คือ เวกเตอร์ค่าสัมประสิทธิ์

d_{mt} คือ เวกเตอร์ของ Deterministic variable

ε_{it} คือ ค่าความคลาดเคลื่อน

การทดสอบได้กำหนดสมมติฐาน คือ

$H_0 : \rho = 0$ (ข้อมูลแพแนลมียูนิทรูท)

$H_a : \rho < 0$ (ข้อมูลแพแนลไม่มียูนิทรูท)

วิธีการทดสอบมี 3 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 ถดถอยสมการ Augmented Dickey-Fuller (ADF) ในแต่ละหน่วยภาคตัดขวาง

$$\Delta y_{it} = \rho y_{i,t-1} + \sum_{L=1}^{p_i} \theta_{iL} \Delta y_{it-L} + \alpha_{mi} d_{mt} + \varepsilon_{it} ; m = 1,2,3 \tag{2.49}$$

ให้ Lag order ของ p_i มีการเปลี่ยนแปลงไปในแต่ละหน่วยภาคตัดขวาง เลือกค่า Lag order ที่ $p_{\max}$ โดยใช้ค่าสถิติ t (t-statistic) ของ $\hat{\theta}_{iL}$ ในการตัดสิน จากนั้นถดถอย สมการเสริม (Auxiliary) ทั้งสองสมการเพื่อหาค่าส่วนที่เหลือโดย

ประมาณค่าสมการ Δy_{it} กับ $\Delta y_{i,t-L}\left(L=1,\ldots,p_i\right)$ และ d_{mt} ได้ค่า $\hat{e}_{it}$

ประมาณค่าสมการ $y_{i,t-1}$ กับ $\Delta y_{i,t-L}\left(L=1,\ldots,p_i\right)$ และ d_{mt} ได้ค่า $\hat{v}_{i,t-1}$

จากนั้นปรับค่าส่วนที่เหลือ (Residual) เพื่อควบคุมความแปรปรวนระหว่างข้อมูลภาคตัดขวางจะได้

$$\tilde{e}_{it}=\frac{\hat{e}_{it}}{\hat{\sigma}_{\varepsilon t}};\tilde{v}_{i,t-1}=\frac{\tilde{v}_{it}}{\hat{\sigma}_{\varepsilon t}} \quad (2.50)$$

โดยที่ $\hat{\sigma}_{\varepsilon t}$ คือค่าความคลาดเคลื่อนมาตรฐานจากการถดถอยสมการ ADF ในแต่ละหน่วยของข้อมูลภาคตัดขวาง

ขั้นตอนที่ 2 คำนวณอัตราส่วนส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานระยะยาวกับระยะสั้น ภายใต้ข้อสมมติฐานหลักของยูนิทรูทการหาความแปรปรวนระยะยาวสามารถหาค่าได้จาก

$$\hat{\sigma}_{y_i}^2=\frac{1}{T-1}\sum_{t=2}^{T}\Delta y_{it}^2+2\sum_{L=1}^{\bar{K}}w_{\bar{K}L}\left[\frac{1}{T-1}\sum_{t=2+L}^{T}\Delta y_{it}\Delta y_{i,t-L}\right] \quad (2.51)$$

โดยที่ $\bar{K}$ คือ Truncations lag และ $w_{\bar{K}L}=1-\left(L/\bar{K}+1\right)$ และในแต่ละหน่วยภาคตัดขวางค่าอัตราส่วนส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานระยะยาวคำนวณจาก $\hat{s}_i=\hat{\sigma}_{yi}/\hat{\sigma}_{\varepsilon i}$ ส่วนค่าเฉลี่ยของส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานคำนวณจาก $\hat{S}_N=\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\hat{s}_i$

ขั้นตอนที่ 3 คำนวณค่าสถิติที่ใช้ในการทดสอบข้อมูลแพแนล โดยการถดถอยแบบ Pooled

$$\tilde{e}_{it}=\rho\tilde{v}_{i,t-1}+\tilde{\varepsilon}_{it} \quad (2.52)$$

จากค่าสังเกตจำนวน $N\tilde{T}$ โดยที่ $\tilde{T} = T - \bar{p} - 1$ คือ ค่าเฉลี่ยของค่าสังเกตต่อหน่วยของข้อมูลแพเนล ซึ่ง $\bar{p} = \sum_{i=1}^{N} \frac{p_i}{N}$ คือค่าเฉลี่ยของ Lag order แต่ละหน่วยของ ADF

ค่าสถิติ t ที่ใช้ในการทดสอบคือ

$$t_{\rho} = \frac{\hat{\rho}}{\hat{\sigma}(\hat{\rho})} \tag{2.53}$$

โดยที่

$$\hat{\rho} = \frac{\sum_{i=1}^{N} \sum_{t=2+p_i}^{T} \tilde{v}_{i,t-1}\tilde{e}_{it}}{\sum_{i=1}^{N} \sum_{t=2+p_i}^{T} \tilde{v}_{i,t-1}^{2}} \tag{2.54}$$

$$\hat{\sigma}(\hat{\rho}) = \frac{\hat{\sigma}_{\tilde{\varepsilon}}}{\left[\sum_{i=1}^{N} \sum_{t=2+\rho_i}^{T} \tilde{v}_{i,t-1}^{2}\right]^{\frac{1}{2}}} \tag{2.55}$$

และค่าความแปรปรวนของ $\tilde{\varepsilon}_{it}$

$$\hat{\sigma}_{\tilde{\varepsilon}}^{2} = \frac{1}{N\tilde{T}} \sum_{i=1}^{N} \sum_{t=2+\rho_i}^{T} \left(\tilde{e}_{it} - \hat{\rho}\tilde{v}_{it-1}\right)^{2} \tag{2.56}$$

คำนวณค่า Adjusted t-statistic จาก

$$t_{\rho}^{*} = \frac{t_{\rho} - N\tilde{T}\hat{S}_{N}\hat{\sigma}_{\tilde{\varepsilon}}^{-2}\hat{\sigma}(\hat{\rho})\mu_{m\tilde{T}}^{*}}{\sigma_{m\tilde{T}}^{*}} \tag{2.57}$$

โดย $\hat{\sigma}_{\tilde{\varepsilon}}^{-2}$ คือ ค่าความแปรปรวนของ $\tilde{\varepsilon}_{it}$

$\hat{\sigma}(\hat{\rho})$ คือ ค่าความคลาดเคลื่อนมาตรฐานของ $(\hat{\rho})$

$\hat{S}_{N}$ คือ ค่าเฉลี่ยของค่าความคลาดเคลื่อนมาตรฐาน

$\mu_{m\tilde{T}*}$ และ $\sigma_{m\tilde{T}*}$ คือ การปรับตัวของค่าเฉลี่ย และค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน

ในการพิจารณาจะดูว่าค่าสถิติ t_{ρ}^{*} ที่ได้จากการประมาณมีค่ามากกว่าค่าวิกฤติ (Critical) แสดงว่าปฏิเสธสมมติฐานหลัก นั่นคือข้อมูลแพเนลไม่มียูนิทรูท แต่ถ้าค่าสถิติ t_{ρ}^{*} ที่ได้น้อยกว่าค่าวิกฤติแสดงว่ายอมรับสมมติฐานหลัก นั่นคือข้อมูลแพเนลมียูนิทรูท

2) วิธีการทดสอบของ Im, Pesaran and Shin (IPS)

เป็นการทดสอบโดยใช้ Augmented Dickey-Fuller (ADF)

$$\Delta y_{it} = \rho_i y_{i,t-1} + \sum_{L=1}^{p_i} \theta_{iL} \Delta y_{it-L} + \alpha_{mi} d_{mt} + \varepsilon_{it} \tag{2.58}$$

สมมติฐานการทดสอบคือ

$$H_0 : \rho_i = 0 \quad for \quad , \forall i \qquad \text{(ข้อมูลแพแนลมียูนิทรูท)}$$

$$H_a : \begin{cases} \rho_i < 0 & for \quad i = 1,2,\ldots,N_1 \\ \rho_i = 0 & for \quad i = N_1 + 1, \ldots N \end{cases} \qquad \text{(ข้อมูลแพแนลไม่มียูนิทรูท)}$$

ค่าสถิติที่ใช้ในการทดสอบคือ

$$\bar{t} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} t_{\rho_i} \tag{2.59}$$

โดยที่ $\bar{t} \sim N(0,1)$ และ $t_{\rho_i} \Rightarrow \left(\int_0^1 W_{iZ} dW_{iZ} \right) \Big/ \left[\int_0^1 W_{iZ}^2 \right] = t_{iT}$ เมื่อ $T \to \infty$ จากข้อสมมติของ IPS ที่กำหนดให้ t_{iT} เป็น i.i.d ดังนั้นสามารถปรับสมการได้

$$\frac{\sqrt{N}\left(\frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} t_{iT} - \frac{1}{N} \sum_{t=1}^{N} E\left[t_{iT} | \rho_i = 0 \right] \right)}{\sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} \operatorname{var}\left[t_{iT} | \rho_i = 0 \right]}} \Rightarrow N(0,1) \tag{2.60}$$

เมื่อ $N \to \infty$ จากทฤษฎีลิมิตสู่เข้าสู่ศูนย์กลาง (Central limit theorem) สามารถเขียนสมการใหม่ได้

$$t_{IPS} = \frac{\sqrt{N}\left(\bar{t} - \frac{1}{N} \sum_{t=1}^{N} E\left[t_{iT} | \rho_i = 0 \right] \right)}{\sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} \operatorname{var}\left[t_{iT} | \rho_i = 0 \right]}} \Rightarrow N(0,1) \tag{2.61}$$

การพิจารณาจะดูว่าค่าสถิติ t_{IPS} ที่ได้จากการประมาณมีค่ามากกว่าค่าวิกฤติ (Critical) แสดงว่าปฏิเสธสมมติฐานหลัก นั่นคือข้อมูลแพแนลไม่มียูนิทรูท แต่ถ้าค่าสถิติ t_{IPS} ที่ได้น้อยกว่าค่าวิกฤติแสดงว่ายอมรับสมมติฐานหลัก นั่นคือข้อมูลแพแนลมียูนิทรูท

3) วิธีการทดสอบของ Breitung

Breitung ทดสอบค่าสถิติโดยไม่พิจารณาการปรับค่าความเอนเอียง ซึ่งมีขั้นตอนดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 วิธีหาค่าสถิติที่ใช้ในการทดสอบมีวิธีเหมือนกับวิธีของ LLC แต่แตกต่างกันตรงที่ค่า $\Delta y_{i,t-L}$ ที่ใช้ในการหาค่า $\hat{e}_{it}$ และ $\hat{v}_{i,t-1}$

ขั้นตอนที่ 2 ค่าส่วนที่เหลือ (Residual) $\hat{e}_{it}$ ถูกปรับเปลี่ยนโดยการใช้ Forward orthogonalization transformation จะได้สมการ

$$e^*_{it} = \sqrt{\frac{T-t}{(T-t+1)}}\left(\tilde{e}_{it} - \frac{\tilde{e}_{i,t-1} + ...\tilde{e}_{i,T}}{T-t}\right) \tag{2.62}$$

และ

$$v^*_{i,t-1} = \tilde{v}_{i,t-1} - \tilde{v}_{i,1} - \frac{t-1}{T}\tilde{v}_{iT}$$ มีค่าคงที่และแนวโน้ม

$$v^*_{i,t-1} = \tilde{v}_{i,t-1} - \tilde{v}_{i,1}$$ มีค่าคงที่

$$v^*_{i,t-1} = \tilde{v}_{i,t-1}$$ ไม่มีค่าคงที่และแนวโน้ม

ขั้นตอนสุดท้าย ประมาณค่า Pooled regression

$$e^*_{it} = \rho v^*_{i,t-1} + \varepsilon^*_{it} \tag{2.63}$$

ดังนั้นค่าสถิติที่ใช้ในการประมาณคือ

$$B_{nT} = \left[\left(\frac{\hat{\sigma}^2}{nT^2}\right)\sum_{i=1}^{n}\sum_{i=2}^{T-1}\left(v^*_{it-1}\right)^2\right]^{-1/2}\left[\left(\frac{1}{\sqrt{nT}}\right)\left(\sum_{i=1}^{n}\sum_{i=2}^{T-1}\left(e^*_{it}\right)\left(v^*_{it-1}\right)\right)\right] \tag{2.64}$$

การทดสอบได้กำหนดสมมติฐานคือ

$H_0 : \rho = 0$ (ข้อมูลแพแนลมียูนิทรูท)

$H_a : \rho < 0$ (ข้อมูลแพแนลไม่มียูนิทรูท)

การพิจารณาจะดูว่าค่าสถิติ B_{nT} ที่ได้จากการประมาณมีค่ามากกว่าค่าวิกฤติ (Critical) แสดงว่าปฏิเสธสมมติฐานหลัก นั่นคือข้อมูลแพแนลไม่มียูนิทรูท แต่ถ้าค่าสถิติ B_{nT} ที่ได้น้อยกว่าค่าวิกฤติแสดงว่ายอมรับสมมติฐานหลัก นั่นคือข้อมูลแพแนลมียูนิทรูท

4) วิธีการทดสอบของ Fisher-type

จากสมการ Augmented Dickey-Fuller (ADF)

$$\Delta Y_{it} = \rho y_{i,t-1} + \sum_{L=1}^{p_i} \theta \Delta y_{it-L} + \alpha_{mi} d_{mt} + \varepsilon_{it}; m = 1,2,3 \tag{2.65}$$

โดยที่ d_{1m} เป็นเซ็ทว่าง, $d_{2m} = \{1\}$ และ $d_{3m} = \{1,t\}$

Δy_{it} คือ ผลต่างของ y_{it}

p_i คือ จำนวน Lag order สำหรับผลต่างของ y_{it}

α_{mi} คือ เวกเตอร์ค่าสัมประสิทธิ์

d_{mt} คือ เวกเตอร์ของ Deterministic variable

ε_{it} คือ ค่าความคลาดเคลื่อน

การทดสอบโดยการรวมค่า p-value ของค่าสถิติที่ทดสอบความนิ่งของข้อมูลแต่ละหน่วยภาคตัดขวางจากสมการ ADF มาใช้ในการทดสอบแพแนลยูนิทรูท

$$P = -2\sum_{i=1}^{N} \ln p_i \rightarrow \chi^2_{2N} \tag{2.66}$$

โดย p คือค่าที่ใช้ทดสอบความนิ่งของข้อมูลแต่ละภาคตัดขวาง ค่า $-2\ln p_i$ มีการแจกแจงแบบ χ^2 มีระดับความเป็นอิสระเท่ากับ 2 ดังนั้น P จึงมีการแจกแจงแบบ χ^2 และมีระดับความเป็นอิสระเท่ากับ $2N$

Choi(2001) เสนอวิธีการทดสอบคือ The inverse normal test (Z) และ The logit test (L) คือ

$$Z = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{i=1}^{N} \Phi^{-1}(p_i) \tag{2.67}$$

ซึ่ง $0 \le p_i \le 1$ และ $\Phi^{-1}(p_i) \sim N(0,1)$ ดังนั้นส่งผลให้ $Z \sim N(0,1)$ และ

$$L = \sum_{i=1}^{N} \ln\left(\frac{p_i}{1-p_i}\right) \tag{2.68}$$

ซึ่ง $\ln\left(\frac{p_i}{1-p_i}\right)$ แจกแจงแบบโลจิสติคที่ค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 และความแปรปรวนเป็น $\pi^2/3$

การทดสอบได้กำหนดสมมติฐาน คือ

H_0 : ข้อมูลแพแนลมียูนิทรูท

H_a : ข้อมูลแพแนลไม่มียูนิทรูท

ถ้าทั้ง Fisher's (P) Test และ Z - Statistic ที่ได้จากการประมาณมีค่ามากกว่าค่าวิกฤติ (Critical) แสดงว่าปฏิเสธสมมติฐานหลัก คือข้อมูลแพแนลไม่มียูนิทรูท แต่ถ้า Fisher's (P) Test และ Z – Statistic ที่ได้น้อยกว่าค่าวิกฤติแสดงว่ายอมรับสมมติฐานหลัก นั่นคือมียูนิทรูท

5) วิธีการทดสอบของ Hadri

ทดสอบโดยการประมาณค่าส่วนที่เหลือ (Residual) ด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุด (Ordinary least square: OLS) ประมาณค่าตัว y_{it} ที่มีค่าคงที่ (Constant) หรือมีทั้งค่าคงที่และแนวโน้ม (Trend) พิจารณาจาก 2 สมการคือ

$$y_{it} = r_{it} + \varepsilon_{it} \qquad i = 1,...N; t = 1,...T \tag{2.69}$$

และ

$$y_{it} = r_{it} + \beta_i t + \varepsilon_{it} \tag{2.70}$$

ซึ่ง $r_{it} = r_{i,t-1} + u_{it}$ คือ Random walk และ $\varepsilon_{it} \sim INN(0, \sigma_{\varepsilon}^2)$, $u_{it} \sim INN(0, \sigma_{\mu}^2)$ มีคุณสมบัติ i.i.d. ระหว่างข้อมูลภาคตัดขวางที่ i และช่วงเวลาที่ t ดังนั้นสามารถเขียนสมการคือ

$$y_{it} = r_{io} + \beta_i t + \sum_{s=1}^{t} u_{is} + \varepsilon_{it} \tag{2.71}$$

$$y_{it} = r_{io} + \beta_i t + v_{it} \tag{2.72}$$

โดยที่ $v_{it} = \sum_{s=1}^{t} u_{is} + \varepsilon_{it}$ จะได้ค่าสถิติ LM ที่ใช้ในการประมาณมีค่าดังนี้

$$LM_1 = \frac{1}{N}\left(\sum_{i=1}^{N} \frac{1}{T^2} \sum_{t=1}^{T} S_{it}^2\right) \Big/ \hat{\sigma}_{\varepsilon}^2 \tag{2.73}$$

โดยที่ $S_{it} = \sum_{s=1}^{t} \hat{\varepsilon}_{is}$ คือผลรวมของส่วนที่เหลือ $(\hat{\varepsilon}_{is})$ ด้วยวิธี OLS และ

$$\hat{\sigma}_{\varepsilon}^2 = \frac{1}{NT} \sum_{i=1}^{N} \sum_{t=1}^{T} \hat{\varepsilon}_{it}^2$$

ค่าสถิติที่ใช้ในการทดสอบสำหรับการเกิดปัญหาค่าความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนไม่คงที่ (Heteroskedasticity) ระหว่างข้อมูลภาคตัดขวางที่ i , $\hat{\sigma}_{\varepsilon i}^2$ ดังนี้

$$LM_2 = \frac{1}{N}\left(\sum_{i=1}^{N}\left(\frac{1}{T^2} \sum_{t=1}^{T} S_{it}^2 / \hat{\sigma}_{\varepsilon i}^2\right)\right) \tag{2.74}$$

ดังนั้นจึงใช้ LM_1 ในกรณีเป็น Homoskedasticity และใช้ LM_2 ในกรณีที่เป็น Heteroskedasticity ซึ่งค่าสถิติที่ใช้ในการทดสอบสมมติฐานคือ ค่าสถิติ Z ดังนี้

$$Z = \sqrt{N}\left(LM - \xi_1\right)/\zeta \to N(0,1) \tag{2.75}$$

โดยที่ ξ= 1/6 และ ζ = 1/45 ถ้าแบบจำลองประกอบด้วยค่าคงที่เพียงอย่างเดียว

ξ= 1/15 และ ζ = 11/6300 สำหรับกรณีอื่น

การทดสอบได้กำหนดสมมติฐาน คือ

H_0 : ข้อมูลแพแนลไม่มียูนิทรูท

H_a : ข้อมูลแพแนลมียูนิทรูท

ถ้าค่าสถิติ Z ที่ได้จากการประมาณมีค่ามากกว่าค่าวิกฤติ (Critical) แสดงว่าปฏิเสธสมมติฐานหลัก นั่นคือข้อมูลแพแนลมียูนิทรูท แต่ถ้าค่าสถิติ Z ที่ได้น้อยกว่าค่าวิกฤติแสดงว่ายอมรับสมมติฐานหลัก นั่นคือข้อมูลแพแนลไม่มียูนิทรูท

2.2.2 การทดสอบสมการ (Panel equation)

การทดสอบสมการแพแนล เพื่อช่วยตัดสินใจว่าควรทำการประมาณค่าแบบจำลอง ในรูปแบบใด ระหว่าง Fixed effects, Random effects หรือ Pooled estimator, ทำการทดสอบ โดยวิธี Hausman และ Redundant ดังนี้

1) วิธีทดสอบแบบ Hausman

เป็นการทดสอบว่าควรทำการประมาณแบบจำลองในรูปแบบใดระหว่าง Fixed Effects หรือ Random Effects โดยมีสมมติฐานที่สำคัญคือ ส่วนประกอบของค่าความคลาดเคลื่อนในแบบจำลองการถดถอยไม่มีความสัมพันธ์กับ X_{it} คือ $E\left(u_{it}/X_{it}\right)=0$ ที่มีการกำหนดให้พจน์รบกวน $\left(\mu_i\right)$ มีผลต่อแต่ละหน่วยภาคตัดขวาง (Individual) ซึ่งไม่สามารถหาค่าได้และมีความสัมพันธ์กับ X_{it}

ในกรณีที่ $E\left(u_{it}/X_{it}\right)\neq 0$ และตัวประมาณ GLS $\left(\hat{\beta}_{\mathrm{GLS}}\right)$ จะมีความเอนเอียง (Biased) และมีการเปลี่ยนแปลง (Inconsistent) สามารถกำจัดค่า μ_i ได้โดยใช้ Within estimator $\left(\tilde{\beta}_{\mathrm{Within}}\right)$ ที่ไม่เอนเอียง (Unbiased) และไม่มีการเปลี่ยนแปลง (Consistent) *(Baltagi, 2008)*

Hausman (1978) ทำการเปรียบเทียบ $\hat{\beta}_{\mathrm{GLS}}$ และ $\tilde{\beta}_{\mathrm{Within}}$ ได้ผลว่าตัวประมาณทั้งสองมีความแตกต่างกันในข้อจำกัดของความน่าจะเป็นคือ $\tilde{\beta}_{\mathrm{Within}}$ จะไม่มีการเปลี่ยนแปลง (Consistent) ทั้งในกรณีที่ยอมรับสมมติฐานหลัก $H_0 : E\left(u_{it}/X_{it}\right)=0$ และปฏิเสธสมมติฐานหลัก แต่ $\hat{\beta}_{\mathrm{GLS}}$ ในกรณีที่ปฏิเสธสมมติฐานหลักตัวประมาณจะมีการเปลี่ยนแปลง (Unconsistent)

ดังนั้นการทดสอบโดยทั่วไปจะเป็นไปตาม $\hat{q}_1 = \hat{\beta}_{\text{GLS}} - \tilde{\beta}_{\text{Within}}$ ซึ่ง $\text{plim}\,\hat{q}_1 = 0$ ถ้า $\text{cov}\left(\hat{q}_1, \hat{\beta}_{\text{GLS}}\right) = 0$

โดยที่
$$\hat{\beta}_{\text{GLS}} - \beta = \left(X'\Omega^{-1}X\right)^{-1} X'\Omega^{-1}u$$
$$\tilde{\beta}_{\text{Within}} - \beta = \left(X'QX\right)^{-1} X'Qu$$

จะได้ค่า $E\left(\hat{q}_1\right) = 0$ และ

$$\begin{aligned}\text{cov}\left(\hat{\beta}_{GLS}, \hat{q}_1\right) &= \text{var}\left(\hat{\beta}_{GLS}\right) - \text{cov}\left(\hat{\beta}_{GLS}, \tilde{\beta}_{Within}\right) \\ &= \left(X'\Omega^{-1}X\right)^{-1} - \left(X'\Omega^{-1}X\right)^{-1} X'\Omega^{-1}E\left(uu'\right)QX\left(X'QX\right)^{-1} \\ &= \left(X'\Omega^{-1}X\right)^{-1} - \left(X'\Omega^{-1}X\right)^{-1} = 0\end{aligned} \tag{2.76}$$

$\tilde{\beta}_{\text{Within}} = \hat{\beta}_{\text{GLS}} - \hat{q}_1$ และ $\text{var}\left(\tilde{\beta}_{\text{Within}}\right) = \text{var}\left(\hat{\beta}_{\text{GLS}}\right) + \text{var}\left(\hat{q}_1\right)$ ที่ค่า $\text{cov}\left(\hat{\beta}_{\text{GLS}}, \hat{q}_1\right) = 0$

จะได้
$$\text{var}\left(\hat{q}_1\right) = \text{var}\left(\tilde{\beta}_{Within}\right) - \text{var}\left(\hat{\beta}_{GLS}\right) = \sigma_v^2\left(X'QX\right)^{-1} - \left(X'\Omega^{-1}X\right)^{-1} \tag{2.77}$$

ดังนั้นค่าสถิติการทดสอบ Hausman คือ

$$m_1 = \hat{q}_1'\left[\text{var}\left(\hat{q}_1\right)\right]^{-1}\hat{q}_1 \tag{2.78}$$

ถ้าผลการทดสอบยอมรับสมมติฐานหลัก แสดงว่าควรทำการประมาณค่าแบบจำลองโดยใช้ Random effects แต่ถ้าปฏิเสธสมมติฐานหลักควรทำการประมาณโดยใช้ Fixed effects

2) วิธีการทดสอบแบบ Redundant

Moulton and Randolph (1989) ได้เสนอว่า Anova F-test ที่ใช้ทดสอบ Fixed Effects เหมาะสำหรับทดสอบแบบจำลอง One-way Error Component โดยมีสมมติฐานหลักในการทดสอบคือ

$$H_0^a : \sigma_\mu^2 = 0$$

ดังนั้นสมการในรูปทั่วไปคือ

$$F = \frac{y'MD\left(D'MD\right) - D'My/(p-r)}{y'Gy/\left[NT - \left(\tilde{k} + p - r\right)\right]} \tag{2.79}$$

ภายใต้สมมติฐานหลักที่มีการกระจายตัวแบบ F-distribution มีระดับความเป็นอิสระ $p - r$ และ $NT - \left(\tilde{k} + p - r\right)$ และ $D = I_N \otimes \iota_T$, $M = \bar{P}_Z$, $\tilde{k} = K'$, $p = N$, $r = K' + N - \text{rank}\left(Z, D\right)$ และ $G = \bar{P}_{(Z,D)}$ โดยที่ $\bar{P}_Z = I - P_Z$ และ $P_Z = Z\left(Z'Z\right)^{-1} Z'$

การทดสอบ One-side likelihood ration (LR) จะมีการทดสอบดังนี้

$$LR = -2\log \frac{l(res)}{l(unres)} \tag{2.80}$$

โดยที่ $l(res)$ คือ ค่า Maximum likelihood ที่มีข้อจำกัด และ $l(unres)$ คือค่า Maximum likelihood ที่ไม่มีข้อจำกัด ภายใต้สมมติฐานหลักที่ทำการทดสอบ LR test มีการกระจายตัวแบบ Asymptotic distribution

ตารางที่ 2.1 ความแตกต่างระหว่างแบบจำลอง Fixed, Random และ Pooled effects

วิธีการ	สมมติฐานเกี่ยวกับค่า β
Fixed	$\beta_{it} = \beta_i$ โดยที่ $E(\beta_i, X_{it}) \neq 0$
Random	$\beta_{it} = \beta + \varepsilon_i$ โดยที่ $E(\varepsilon_i, X_{it}) = 0$
Pooled	$\beta_{it} = \beta$

2.2.3 การประมาณแบบจำลอง (Panel estimation)

1) วิธีการประมาณค่าแบบกำลังสองน้อยที่สุด (Ordinary Least Square: OLS)

เป็นการประมาณค่าเส้นถดถอยที่ได้จากการประมาณค่าด้วยวิธี OLS โดยการทำให้ผลบวกของกำลังสองของค่าความคลาดเคลื่อน (Error term) มีค่าน้อยที่สุด จากสมการ OLS

$$\hat{\beta}_{OLS} = \left[\sum_{i=1}^{N}\sum_{t=1}^{T}\left(X_{it} - \bar{X}_i\right)^2\right]^{-1} \sum_{i=1}^{N}\sum_{t=1}^{T}\left(X_{it} - \bar{X}_i\right)\left(Y_{it} - \bar{Y}_i\right) \tag{2.81}$$

โดยที่ i คือ ข้อมูลภาคตัดขวาง $i = 1,\ldots,N$

t คือ ข้อมูลอนุกรมเวลา $t = 1,\ldots,T$

Y_{it} คือ ตัวแปรตาม

X_{it} คือ ตัวแปรอธิบาย

$\bar{Y}_{it}$ คือ ค่าเฉลี่ยของ Y_{it}

$\bar{X}_i$ คือ ค่าเฉลี่ยของ X_{it}

2) วิธีกำลังสองน้อยที่สุดเชิงพลวัตร (Dynamic Ordinary Least Square: DOLS)

เป็นการประมาณการแบบ OLS ที่มีการเพิ่มการประมาณแบบพลวัตรเข้าไปในสมการ OLS จึงเรียกว่าการประมาณค่าการเปลี่ยนแปลงเชิงพลวัตรแบบกำลังสองน้อยที่สุด (DOLS) จากสมการพื้นฐานดังนี้

$$y_{it} = x_{it}^{'}\beta + \sum_{k-K_i}^{K_i}\gamma_{it}\Delta x_{it-k} + \varepsilon_{it} \tag{2.82}$$

สมการประมาณค่า จากวิธีกำลังสองน้อยที่สุดเชิงพลวัตร (DOLS) ได้จาก

$$\hat{\beta}_{OLS} = \left[N^{-1}\sum_{i=1}^{N}\left(\sum_{t=1}^{T} Z_{it}Z_{it}^{'}\right)^{-1}\left(\sum_{t=1}^{T} Z_{it}\tilde{y}_{it}\right)\right] \tag{2.83}$$

โดยที่ $z_{it} = 2(K+1)x1$ และ $\tilde{y}_{it}{}' = y_{it} - \bar{y}_{it}$

3) วิธีการโมเมนต์ในรูปทั่วไป (Generalized method of moments: GMM)

เสนอโดย Hansen (1982) เป็นการประมาณค่าพารามิเตอร์โดยตรงจาก Moment condition ที่ใส่ในแบบจำลอง แสดงตังสมการพื้นฐาน

$$y_{it} = x_{it}^{'}\beta + z_{it}^{'}\gamma + u_{it} \tag{2.84}$$

จากสมการ (2.84) สามารถเขียนได้เป็น

$$y_{it} - y_{it-1} = \beta^{'}(x_{it} - x_{it-1}) + \gamma^{'}(z_{it} - z_{it-1}) + (u_{it} + u_{it-1}) \tag{2.85}$$

โดยที่ $i = 1,\ldots,n$ และ $t = 2,\ldots,T_i$

สมการ (2.85) ถ้า $y_{it-1} - y_{it-2}$ มีความสัมพันธ์กับค่าความคลาดเคลื่อน $(u_{it} - u_{it-1})$ จะทำให้การประมาณมีความเอนเอียงมากขึ้น ดังนั้นในกรณีนี้การประมาณค่าด้วยวิธี DOLS จะมีความเหมาะสมกว่า

แต่ถ้ามีการใช้เครื่องมือที่ถูกต้อง การประมาณด้วยวิธี GMM จะมีประสิทธิภาพกว่าในการประมาณค่าสมการ โดยทั่วไปจะมีการใส่ค่าความล่าช้า (Lag) ของตัวแปรตามสองช่วงเวลาที่ y_{it-2} นั้นจะไม่มีความสัมพันธ์กับ $(u_{it} - u_{it-1})$ ดังนั้น ค่าของ y_{it-k} , $k \geq 2$ จึงเป็นเครื่องมือ ที่เหมาะสม

2.2.4 การทดสอบความสัมพันธ์ระยะยาว (Panel Cointegration)

เป็นการทดสอบหาความสัมพันธ์ในระยะยาวของตัวแปรของตัวอธิบายและตัวแปรตาม โดยการทดสอบที่ใช้มีทั้งหมด 2 วิธีดังนี้

1) การทดสอบความสัมพันธ์ระยะยาวแบบ Residual-Based DF and ADF หรือการทดสอบแบบ Kao (Kao test)

จากสมการถดถอยแบบแพเนล

$$y_{it} = x_{it}^{'}\beta + z_{it}^{'}\gamma + e_{it} \tag{2.86}$$

โดยที่ y_{it} และ x_{it} เป็น $I(1)$ และ $z_{it} = \{\mu_i\}$ การทดสอบแบบ DF-type สามารถคำนวณได้จากส่วนที่เหลือของ Fixed effects

$$\hat{e}_{it} = \rho\hat{e}_{it-1} + v_{it} \tag{2.87}$$

โดยที่ $\hat{e}_{it} = \tilde{y}_{it} - \tilde{x}_{it}\hat{\beta}$ และ $\tilde{y}_{it} = y_{it} - \bar{y}_i$ ในการทดสอบนี้ใช้วิธีประมาณค่าด้วย OLS ประมาณค่าสัมประสิทธิ์ ρ และ t-statistic จากสมการ

$$\hat{\rho} = \frac{\sum_{i=1}^{N}\sum_{t=2}^{T}\hat{e}_{it}\hat{e}_{it-1}}{\sum_{i=1}^{N}\sum_{t=2}^{T}\hat{e}_{it}^{2}} \tag{2.88}$$

และ

$$t_{\rho} = \frac{(\hat{\rho}-1)\sqrt{\sum_{i=1}^{N}\sum_{t=2}^{T}\hat{e}_{it-1}^{2}}}{S_e} \tag{2.89}$$

ซึ่ง $$s_e^2 = \frac{1}{NT}\sum_{i=1}^{N}\sum_{t=2}^{T}\left(\hat{e}_{it} - \hat{\rho}\hat{e}_{it-1}\right)^2$$

ค่าสถิติที่ใช้ในการทดสอบแบบ DF มีทั้งหมด 4 แบบ โดยสมมติฐานหลักของการทดสอบ คือ $H_0 : \rho = 1$ (ไม่มีโคอินทิเกรชัน)

$$DF_{\rho} = \frac{\sqrt{NT}(\hat{\rho}-1) + 3\sqrt{N}}{\sqrt{10.2}} \tag{2.90}$$

$$DF_t = \sqrt{1.25t_{\rho}} + \sqrt{1.875N} \tag{2.91}$$

$$DF_{\rho}^{*} = \frac{\sqrt{NT}(\hat{\rho}-1) + \frac{3\sqrt{N}\hat{\rho}_v^2}{\hat{\rho}_{0v}^2}}{\sqrt{3 + \frac{36\hat{\rho}_{0v}^4}{\hat{\rho}_{0v}^4}}} \tag{2.92}$$

$$DF_t^* = \frac{t_\rho + \dfrac{\sqrt{6N}\hat{\sigma}_v}{2\hat{\sigma}_{0v}}}{\sqrt{\dfrac{\hat{\sigma}_{0v}^2}{2\hat{\sigma}_v^2} + \dfrac{3\hat{\sigma}_v^2}{10\hat{\sigma}_{0v}^2}}} \tag{2.93}$$

โดยที่ $\hat{\sigma}_v^2 = \hat{\Sigma}_{yy} - \hat{\Sigma}_{yx}\Sigma_{xx}^{-1}$ และ $\sigma_{0v}^2 = \hat{\Omega}_{yy} - \hat{\Omega}_{yx}\hat{\Omega}_{xx}^{-1}$

ซึ่งค่าสถิติ DF_ρ, DF_t พิจารณาจากความสัมพันธ์จากภายนอกของตัวถดถอยกับค่าความคลาดเคลื่อนและค่าสถิติ DF_ρ^*, DF_t^* พิจารณาจากความสัมพันธ์ภายในของตัวถดถอยกับค่าความคลาดเคลื่อน สำหรับค่าสถิติที่ใช้ในการทดสอบแบบ ADF สามารถประมาณค่าได้จากการถดถอยดังนี้

$$\hat{e}_{it} = \rho\hat{e}_{it-1} + \sum_{j=1}^{p} \vartheta_j \Delta\hat{e}_{it-j} + v_{itp} \tag{2.94}$$

ดังนั้นค่าสถิติ ADF คือ

$$ADF = \frac{t_{ADF} + \dfrac{\sqrt{6N}\hat{\sigma}_v}{2\hat{\sigma}_{0v}}}{\sqrt{\dfrac{\hat{\sigma}_{0v}^2}{2\hat{\sigma}_v^2} + \dfrac{3\hat{\sigma}_v^2}{10\hat{\sigma}_{0v}^2}}} \tag{2.95}$$

โดยที่ t_{ADF} คือ t-statistic ของ ρ จากสมการ $\hat{e}_{it} = \rho\hat{e}_{it-1} + \sum_{j=1}^{p} \vartheta_j \Delta\hat{e}_{it-j} + v_{itp}$ โดยสมมติฐานหลักของการทดสอบคือ $H_0 : \rho = 1$ (ไม่มีโคอินทิเกรชัน)

2) การทดสอบความสัมพันธ์ระยะยาวแบบ Pedroni (Engle-Granger based)

การทดสอบโคอินทิเกรชันของ Engle-Granger จะทำการทดสอบจากส่วนที่เหลือ (Residual) ถ้าตัวแปรมีโคอินทิเกรชัน ส่วนที่เหลือที่ได้จะเป็น $I(0)$ แต่ถ้าตัวแปรไม่มีโคอินทิเกรชัน ส่วนที่เหลือที่ได้จะเป็น $I(1)$ Pedroni เสนอวิธีการทดสอบโคอินทิเกรชันที่สมมติให้ค่าคงที่ (Intercept) และค่าแนวโน้ม (Trend) มีความแตกต่างกันระหว่างข้อมูลแต่ละหน่วย จากสมการ

$$y_{it} = \alpha_i + \delta_i t + \beta_{1i} x_{1i,t} + \beta_{2i} x_{2i,t} + ... + \beta_{Mi} x_{Mi,t} + e_{i,t} \tag{2.96}$$

โดยที่ $t = 1,\ldots,T$, $i = 1,\ldots,N$, $m = 1,\ldots M$ และกำหนดให้ x, y นิ่งที่ $I(1)$, ค่า α_i, δ_i คือค่าคงที่และค่าสัมประสิทธิ์ของแนวโน้ม (Intercept and Trend) ตามลำดับ เมื่อถดถอยสมการ

(2.96) จะได้ส่วนที่เหลือ (Residual) จากนั้นทำการทดสอบส่วนที่เหลือดังกล่าวว่าเป็น $I(1)$ โดยการถดถอยจากสมการ

$$e_{it} = \rho_i e_{it-1} + u_{it} \tag{2.97}$$

หรือ

$$e_{it} = \rho_i e_{it-1} + \sum_{J=1}^{p_i} \psi_{it} \Delta e_{it-j} + v_{it} \tag{2.98}$$

ซึ่งในแต่ละหน่วยภาคตัดขวาง มีการแบ่งสมมติฐานทางรอง (Alternative hypothesis) ออกเป็น 2 อย่างคือ

กรณีที่ข้อมูลภาคตัดขวางทุกหน่วยมีลักษณะเหมือนกัน (Homogeneous)

$H_0 : \rho_i = 1$ (ไม่มีโคอินทิเกรชัน)

$H_a : (\rho_i = \rho) < 1$ (มีโคอินทิเกรชัน)

กรณีที่ข้อมูลภาคตัดขวางแต่ละหน่วยมีลักษณะแตกต่างกัน (Heterogeneous)

$H_0 : \rho_i = 1$ (ไม่มีโคอินทิเกรชัน)

$H_a : \rho_i < 1$ (มีโคอินทิเกรชัน)

โดยค่าสถิติในการทดสอบแพแนลโคอินทิเกรชัน $\xi_{N,T}$ คำนวณจากส่วนที่เหลือในสมการ (2.96) และ (2.97) Pedroni แสดงให้เห็นว่าค่าสถิติมีการแจกแจงแบบ Asymptotically ดังนี้

$$\frac{\xi_{N,T} - \mu\sqrt{N}}{\sqrt{v}} \quad \Rightarrow \quad N(0,1) \tag{2.99}$$

โดยที่ μ และ υ คือ Adjustment term ที่สร้างโดย Monte Carlo

2.2.5 การทดสอบความสัมพันธ์เชิงดุลยภาพระยะสั้น (Error Correction Mechanism: ECM)

การทดสอบ ECM เป็นการทดสอบที่ใช้อย่างแพร่หลายในการวิเคราะห์ความผันผวนในระยะสั้น เมื่อตัวแปรมีลักษณะไม่นิ่ง และไม่มีปัญหาความสัมพันธ์ไม่แท้จริง (Spurious Regression) ซึ่งสามารถเขียนแบบจำลอง ECM โดยทั่วไปได้ดังนี้

$$\Delta Y_{it} = \alpha_1 + \alpha_2 u_{it-1} + \alpha_3 \Delta X_{it} + \alpha_4 \sum_{h=1}^{p} \Delta X_{it-h} + \alpha_5 \sum_{j=0}^{q} \Delta Y_{it-j} + \varepsilon_{it} \tag{2.100}$$

โดยที่ Δ คือ อนุพันธ์ลำดับที่ 1

ε_{it} คือ ตัวแปรความคลาดเคลื่อนแบบสุ่ม

$u_{it-1} = \left(Y_{it-1} - \beta_1 - \beta_2 X_{it-1}\right)$ ตัวแปรความคลาดเคลื่อนของการถดถอยหนึ่งช่วงเวลาของ Panel cointegrating

จากสมการ (2.100) ΔY ขึ้นอยู่กับ ΔX และค่าความคลาดเคลื่อนดุลยภาพ ถ้าค่าความคลาดเคลื่อนดุลยภาพไม่เท่ากับศูนย์แบบจำลองก็จะออกจากดุลยภาพ ถ้าสมมติให้ ΔY เท่ากับศูนย์ และ u_{it-1} มีค่าเป็นบวก หมายความว่า Y_{it-1} จะมีค่ามากกว่าดุลยภาพ หลังจากนั้นถ้า α_2 มีค่าเป็นลบ ทำให้ตัวแปร $\alpha_2 u_{it-1}$ มีค่าเป็นลบด้วย จึงทำให้ ΔY_{it} มีค่าลดลงเพื่อกลับเข้าสู่ดุลยภาพ

ดังนั้นถ้า Y_{it} มีค่าสูงกว่าจุดดุลยภาพ ค่าความคลาดเคลื่อนก็จะถูกขจัดออกไปเพื่อให้ Y_{it} กลับเข้าสู่ดุลยภาพในระยะยาวต่อไป *(ขจรพรรณ วณิชมหานนท์, 2010)*

2.2.6 การทดสอบความเป็นเหตุเป็นผล (Granger causality)

Granger causality เป็นเครื่องมือทางเศรษฐมิติที่คิดค้นโดย Granger (1969) ซึ่งเป็นส่วนหนึ่งของกระบวนการ Cointegration ที่ใช้หาความสัมพันธ์เชิงเหตุผล โดยใช้ตัวแปรนั้น ๆ ในช่วงเวลาก่อนหน้ามาอธิบายความสัมพันธ์ทางเศรษฐศาสตร์ระหว่างตัวแปรสองตัว ว่าตัวแปรใดเป็นสาเหตุ และตัวแปรใดเป็นผล ซึ่งการทดสอบ Granger causality แบบแพแนลจะต้องมีการระบุความสัมพันธ์ของตัวแปรก่อน โดยมีสมมติฐานหลักคือไม่มีความเป็นเหตุเป็นผลกันระหว่างตัวแปร ดังนั้นจะได้สมการการทดสอบตามแบบจำลองเชิงเส้นดังนี้

$$y_{i,t} = \alpha_i + \sum_{j=1}^{J} \delta_i^j y_{i,t-1} + \sum_{j=1}^{J} \beta_i^j x_{i,t-j} + \varepsilon_{i,i} \tag{2.101}$$

$$x_{i,t} = \alpha_i + \sum_{j=1}^{J} \delta_i^j x_{i,t-1} + \sum_{j=1}^{J} \beta_i^j y_{i,t-j} + \varepsilon_{i,i} \quad (2.102)$$

โดยที่ $y_{i,t}$ และ $x_{i,t}$ คือตัวแปร Y และ X ที่ $i = 1,...,N$ และ $t = 1,...,N$ ซึ่ง $J \in N$ และ $\varepsilon_{i,i}$ มีลักษณะเป็น i.i.d $\left(0, \sigma_{\varepsilon,i}\right)$ *(Caporale et al, 2009)*

2.3 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ตั้งแต่ ปี 1970 ที่เกิดวิกฤติการณ์ทางด้านพลังงาน ซึ่งกลายเป็นจุดเริ่มต้นทำให้นักเศรษฐศาสตร์และนักวิเคราะห์ทั้งหลาย หันมาให้ความสนใจศึกษาเกี่ยวกับความสัมพันธ์ระหว่างการบริโภคพลังงานไฟฟ้ากับการเติบโตทางเศรษฐกิจ ซึ่งนำไปสู่การอธิบายความสัมพันธ์ระหว่างการบริโภคพลังงานไฟฟ้าและการเติบโตทางเศรษฐกิจที่มีความสัมพันธ์ในระดับสูง

Shiu and Lam (2004) ศึกษาความสัมพันธ์เชิงเหตุผลระหว่างปริมาณการบริโภคพลังงานไฟฟ้า และการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจ ของประเทศจีน โดยใช้ข้อมูลอนุกรมเวลาในช่วงปี 1971 ถึง 2000 โดยเริ่มจากการทดสอบความนิ่งของข้อมูล และการทดสอบความสัมพันธ์ระยะยาว โดยวิธีการ Johansen maximum likelihood และวิธีการทดสอบหาความสัมพันธ์เชิงดุลยภาพระยะสั้น ซึ่งผลจากการศึกษาแสดงให้เห็นว่า ทั้งสองตัวแปรที่กล่าวมานี้ มีความสัมพันธ์ร่วมไปด้วยกันในทิศทางเดียว โดยเป็นความสัมพันธ์ที่วิ่งจากปริมาณการบริโภคพลังงานไฟฟ้า ไปสู่การเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจ เป็นการแสดงบทบาทความสำคัญของการบริโภคไฟฟ้า ซึ่งรัฐบาลจีน จำเป็นต้องเพิ่มความเร็วในการขยายระบบเครือข่ายพลังงานให้ควบคุมทั่วประเทศ เพื่อสนับสนุนให้มีการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจ

Seung-Hoon Yoo (2005) ทำการศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณการบริโภคไฟฟ้าและการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจ ของประเทศเกาหลีใต้ โดยใช้ข้อมูลอนุกรมเวลา ในช่วงปี 1970 ถึง 2002 โดยเริ่มจากการทดสอบความนิ่งของข้อมูล การทดสอบความสัมพันธ์ระยะยาว และการหาความสัมพันธ์เชิงดุลยภาพระยะสั้น ซึ่งผลการศึกษาแสดงให้เห็นถึงความสัมพันธ์ในสองทิศทาง คือ ปริมาณการบริโภคไฟฟ้าที่เพิ่มขึ้น ส่งผลโดยตรงต่อการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจ และการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจ ก็ส่งผลให้มีปริมาณการบริโภคไฟฟ้าที่เพิ่มขึ้นเช่นกัน ความหมายของความเป็นเหตุเป็นผลที่วิ่งจากปริมาณการบริโภคพลังงานไฟฟ้าไปถึงการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจ แสดงให้เห็นว่าการขาดแคลนพื้นฐานโครงร่างในการรองรับการบริโภคพลังงานไฟฟ้า อาจเป็นสิ่งกีดขวางการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจในประเทศ และในอีกทิศทางหนึ่ง การเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจที่เพิ่มขึ้น ก็เป็นการสร้างความต้องการในปริมาณการบริโภคพลังงานไฟฟ้าที่เพิ่มขึ้นเช่นกันและเป็นการชี้ให้เห็นบทบาทความสำคัญของการวางนโยบายของภาครัฐในการเพิ่มการ

ลงทุนเกี่ยวกับพื้นฐานโครงร่างการสนองปริมาณไฟฟ้า ซึ่งก็เป็นเหมือนนโยบายหนึ่งในการกระตุ้นการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจเช่นกัน

A.E. Akinlo (2009) ทำการศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณการบริโภคไฟฟ้าและการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจของประเทศไนจีเรีย โดยใช้ข้อมูลในช่วงปี 1980 ถึง 2006 โดยเริ่มจากการทดสอบความนิ่งของข้อมูล ทดสอบความสัมพันธ์ระยะยาว และการหาความสัมพันธ์เชิงดุลยภาพระยะสั้น ซึ่งผลการทดสอบพบว่า การเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจและปริมาณการบริโภคพลังงานไฟฟ้ามีความสัมพันธ์เชิงดุลยาภาพระยะยาว และมีความสัมพันธ์ในทิตทางเดียว วิ่งจากปริมาณการบริโภคพลังงานไฟฟ้าไปถึงการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจ นอกจากนั้นยังทำการทดสอบโดยวิธี Hodrick–Prescott (HP) เพื่อพิจารณาแนวโน้มและความผันผวนของปัจจัยที่ส่งผลต่อการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจและปริมาณการบริโภคพลังงานไฟฟ้า ซึ่งผลการทดสอบพบว่า มีความสัมพันธ์ระยะยาวที่มีลักษณะแนวโน้มและความผันผวนของปัจจัยที่ส่งผลต่อการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจและปริมาณการบริโภคพลังงานไฟฟ้า ซึ่งความสัมพันธ์เชิงเหตุผลนี้ มีการเกี่ยวโยงกับวงจรเศรษฐกิจ

Lai et al. (2011) ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณการบริโภคพลังงานไฟฟ้า กับการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจในเขตเศรษฐกิจมาเกา ประเทศจีน โดยใช้ข้อมูลจากรายไตรมาส จากไตรมาสที่หนึ่งของปี 1999 ถึงไตรมาสที่สี่ ของปี 2008 ด้วยวิธีการ Vector Error Correction (VEC) ผลการศึกษาพบว่ามีความสัมพันธ์เชิงเหตุผลในทิศทางเดียว คือการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจ ส่งผลต่อการบริโภคพลังงานไฟฟ้า

Ansgar Belke et al. (2011) ศึกษาความสัมพันธ์ระยะยาวระหว่างปริมาณการบริโภคพลังงานและการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจสำหรับ 25 ประเทศในองค์การเพื่อความร่วมมือทางเศรษฐกิจและการพัฒนา (Organization for Economic Co-operation and Development: OECD) โดยการทดสอบทางเศรษฐมิติในรูปแบบแพแนล และใช้ข้อมูลในช่วงปี 1981 ถึง 2007 ซึ่งดำเนินตามวิธีการทดสอบความนิ่ง (Unit root) ทดสอบความสัมพันธ์ระยะยาว (Cointegration) ทดสอบความสัมพันธ์ระยะสั้น (Error correction model) และทดสอบความสัมพันธ์เชิงเหตุผล (Granger causality) เพื่อพิจารณาความสัมพันธ์ของตัวแปรทั้งสองในระดับประเทศและทั่วโลก ซึ่งผลการทดสอบพบว่ามีความสัมพันธ์ระยะยาว และมีความสัมพันธ์เชิงเหตุผลในสองทิศทางระหว่างตัวแปรทั้งสอง ซึ่งพบว่าความสันพันธ์ระยะยาว การบริโภคพลังงานจะมีการปรับตัวในทั่วโลกมากกว่าในรายประเทศเมื่อเกิดวิกฤติในระบบเศรษฐกิจ นอกจากนั้นยังเป็นการเน้นบทบาทของพลังงานว่าเป็นปัจจัยหนึ่งที่จำเป็นที่สุดในกระบวนการผลิต

ดังนั้น ในภาพรวมแล้วเห็นได้ว่า ความสมพันธ์เชิงเหตุผลระหว่างการบริโภคพลังงานไฟฟ้า และการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจ สามารถแบ่งเป็น 4 สมมุติฐานในการดำเนินการทดสอบ คือ *(Nicholas Apergis พร้อมคณะ, 2011)*

หนึ่ง สมมุติฐานเกี่ยวกับการเติบโต สามารถใช้เป็นการอ้างอิงว่า การบริโภคพลังงานไฟฟ้าทำให้มีผลโดยตรงต่อการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจ หรือเป็นเหมือนปัจจัยที่จำเป็นในกระบวนการผลิตอื่นๆ เช่น ทุนและแรงงาน ซึ่งสมมุติฐานนี้ จะเป็นการสนับสนุนความเป็นเหตุเป็นผลในทิศทางเดียว ที่วิ่งจากการบริโภคพลังงานไฟฟ้า ไปสู่การเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจ เมื่อเป็นเช่นนั้น นโยบายการอนุรักษ์พลังงาน โดยการรณรงค์ลดการบริโภคพลังงานไฟฟ้า อาจมีผลในทางลบต่อกับการเจริญเติบทางเศรษฐกิจ

สอง สมมุติฐานเกี่ยวกับการอนุรักษ์ ส่วนนี้มีความหมายว่า การบริโภคพลังงานไฟฟ้าจะถูกกำหนดโดยอัตราการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจ ซึ่งสมมุติฐานนี้ เป็นส่วนที่ยืนยันถึงความเป็นเหตุเป็นผลในทิตทางเดียวที่วิ่งจากการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจไปสู่การบริโภคพลังงานไฟฟ้า เมื่อเป็นเช่นนี้ ในการวางนโยบายอนุรักษ์พลังงาน รณรงค์ลดการบริโภคพลังงานไฟฟ้า อาจจะไม่มีผลกระทบทางลบต่อกับการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจ

สาม สมมุติฐานเกี่ยวกับการเสนอแนะ จะเป็นการเน้นบทบาทความสมพันธ์ระหว่างการบริโภคพลังงานไฟฟ้า และการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจ ซึ่งสมมุติฐานนี้ เป็นการยืนยันถึงความเป็นเหตุเป็นผลในสองทิศทาง และกลายเป็นส่วนประกอบของกันและกัน ซึ่งนโยบายอนุรักพลังงานไฟฟ้า โดยการรณรงค์ลดการบริโภคพลังงานไฟฟ้า อาจส่งผลต่อการเติบโตทางเศรษฐกิจและเมื่อระบบเศรษฐกิจมีความผันผวน ก็อาจส่งผลโดยตรงต่อการบริโภคพลังงานไฟฟ้าเช่นเดียวกัน

สี่ สมมุติฐานเป็นกลาง ตั้งอยู่บนพื้นฐานที่ว่า การบริโภคพลังงานไฟฟ้าจะแสดงบทบาทน้อยกว่าเมื่อเทียบกับการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจ ในส่วนนี้จะไม่พบความสมพันธ์ระหว่างสองตัวแปรดังกล่าว ซึ่งมีความหมายว่า นโยบายรณรงค์ลดการบริโภคพลังงานไฟฟ้า จะไม่ส่งผลต่อการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจ