

บทที่ 2

เอกสารและการศึกษาที่เกี่ยวข้อง

ในการศึกษาการพัฒนาความคิดรวบยอด เรื่องเศษส่วน ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนเรยีนาเชลีวิทยาลัย จังหวัดเชียงใหม่ โดยใช้ขั้นตอน RAMR ผู้ศึกษาได้ทำการศึกษาค้นคว้า เอกสารและการศึกษาที่เกี่ยวข้อง เพื่อเป็นกรอบและแนวทางในการศึกษาในด้านต่างๆ ตามหัวข้อดังนี้

1. หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระ คณิตศาสตร์
 - 1.1 ความสำคัญของคณิตศาสตร์
 - 1.2 ลักษณะสำคัญของวิชาคณิตศาสตร์
 - 1.3 สาระสำคัญของกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
 - 1.4 คุณภาพผู้เรียนเมื่อจบชั้นประถมศึกษาปีที่ 6
2. หลักการสอนคณิตศาสตร์
3. ความคิดรวบยอดและการสร้างความคิดรวบยอด
 - 3.1 ความหมายของความคิดรวบยอด
 - 3.2 แนวคิดและทฤษฎีเกี่ยวกับความคิดรวบยอด
 - 3.3 ประเภทของความคิดรวบยอด
 - 3.4 ประโยชน์ของความคิดรวบยอด
 - 3.5 หลักการสอนความคิดรวบยอด
 - 3.6 กระบวนการเรียนรู้ความคิดรวบยอด
4. ขั้นตอน RAMR
 - 4.1 ความเป็นมาของขั้นตอน RAMR
 - 4.2 แนวคิดเกี่ยวกับขั้นตอน RAMR
 - 4.3 องค์ประกอบของขั้นตอน RAMR
 - 4.4 การประยุกต์ใช้ขั้นตอน RAMR ในบทเรียน
5. การศึกษาที่เกี่ยวข้อง

หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระ คณิตศาสตร์

ความสำคัญของคณิตศาสตร์

กระทรวงศึกษาธิการ (2551 หน้า 56) ได้ให้ความสำคัญของคณิตศาสตร์ ว่าคณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อการพัฒนาความคิดมนุษย์ ทำให้มนุษย์มีความคิดสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วน รอบคอบ ช่วยให้การคาดการณื วางแผน ตัดสินใจ แก้ปัญหา และนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างถูกต้อง เหมาะสม นอกจากนี้คณิตศาสตร์ยังเป็นเครื่องมือในการศึกษาทางด้านวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยีและศาสตร์อื่นๆ คณิตศาสตร์จึงมีประโยชน์ต่อการดำเนินชีวิต ช่วยพัฒนาคุณภาพชีวิตให้ดีขึ้น และสามารถอยู่ร่วมกับผู้อื่นได้อย่างมีความสุข

ลักษณะสำคัญของวิชาคณิตศาสตร์

ยุพิน พิพิธกุล (2530 หน้า 1-3) ได้กล่าวถึงลักษณะสำคัญของวิชาคณิตศาสตร์ ว่าคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีลักษณะธรรมชาติของวิชาเป็นนามธรรม ยากต่อการเข้าใจ เป็นวิชาที่สำคัญ ไม่ได้มีความหมายด้านตัวเลขและสัญลักษณ์เพียงอย่างเดียวเท่านั้น แต่ยังมีความหมายที่กว้างมาก สรุปได้ดังนี้

1. คณิตศาสตร์ เป็นวิชาที่เกี่ยวข้องกับความคิด ช่วยให้ผู้มีเหตุผล ใช้วิธีการทางคณิตศาสตร์ในการหาคำตอบ พิสูจน์หลักฐานด้วยเหตุและผล สามารถนำไปใช้ในการแก้ปัญหาทางวิทยาศาสตร์และอื่นๆ ได้
2. คณิตศาสตร์ เป็นวิชาที่เกี่ยวข้องกับความคิดของมนุษย์ มนุษย์สร้างสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ขึ้น ทำให้คณิตศาสตร์มีภาษาของตัวเองที่มนุษย์สามารถเข้าใจได้ตรงกัน เป็นภาษาที่ถูกกำกับโดยสัญลักษณ์อย่างรัดกุม และสื่อความหมายแทนตัวอักษรได้
3. คณิตศาสตร์ เป็นวิชาที่มีรูปแบบ มีแบบแผนที่สามารถใช้ในการตอบคำถามได้อย่างชัดเจน
4. คณิตศาสตร์ เป็นวิชาที่มีเหตุผล มีโครงสร้าง เริ่มจากเรื่องที่ย่อย ไปจนถึงเรื่องที่ยากตามลำดับอย่างชัดเจนและต่อเนื่อง
5. คณิตศาสตร์ เป็นวิชาที่เป็นศิลปะอย่างหนึ่ง มีทั้งความมีระเบียบและความกลมกลืนทั้งความคิดสร้างสรรค์ คณิตริเริ่ม และจินตนาการ

สาระสำคัญของกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

กระทรวงศึกษาธิการ (2551 หน้า 50) ได้กล่าวถึงสาระสำคัญของกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ว่า กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์เปิดโอกาสให้เยาวชนทุกคนได้เรียนรู้คณิตศาสตร์อย่างต่อเนื่อง ตามศักยภาพ โดยกำหนดสาระหลักที่จำเป็นสำหรับผู้เรียนทุกคน ดังนี้

1. จำนวนและการดำเนินการ: ความคิดรวบยอดและความรู้ลึกเชิงจำนวน ระบบจำนวนจริง สมบัติเกี่ยวกับจำนวนจริง การดำเนินการของจำนวน อัตราส่วน ร้อยละ การแก้ปัญหเกี่ยวกับจำนวน และการใช้จำนวนในชีวิตจริง

2. การวัด: ความยาว ระยะทาง น้ำหนัก พื้นที่ ปริมาตรและความจุ เงินและเวลา หน่วยวัด ระบบต่างๆ การคาดคะเนเกี่ยวกับการวัด อัตราส่วนตรีโกณมิติ การแก้ปัญหเกี่ยวกับการวัด และการนำความรู้เกี่ยวกับการวัดไปใช้ในสถานการณ์ต่างๆ

3. เรขาคณิต: รูปเรขาคณิตและสมบัติของรูปเรขาคณิตหนึ่งมิติ สองมิติ และสามมิติ การนึกภาพ แบบจำลองทางเรขาคณิต ทฤษฎีบททางเรขาคณิต การแปลงทางเรขาคณิต (Geometric transformation) ในเรื่องการเลื่อนขนาน (Translation) การสะท้อน (Reflection) และการหมุน (Rotation)

4. พีชคณิต: แบบรูป (Pattern) ความสัมพันธ์ ฟังก์ชัน เซตและการดำเนินการของเซต การให้เหตุผล นิพจน์ สมการ ระบบสมการ อสมการ กราฟ ลำดับเลขคณิต ลำดับเรขาคณิต อนุกรมเลขคณิต และอนุกรมเรขาคณิต

5. การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น: การกำหนดประเด็น การเขียนข้อคำถาม การกำหนดวิธีการศึกษา การเก็บรวบรวมข้อมูล การจัดระบบข้อมูล การนำเสนอข้อมูล ค่ากลาง และการกระจายของข้อมูล การวิเคราะห์และการแปลความข้อมูล การสำรวจความคิดเห็น ความน่าจะเป็น การใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและความน่าจะเป็นในการอธิบายเหตุการณ์ต่างๆ และช่วยในการตัดสินใจในการดำเนินชีวิตประจำวัน

6. ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์: การแก้ปัญหด้วยวิธีการที่หลากหลาย การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ทางคณิตศาสตร์ และการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ และความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

คุณภาพผู้เรียนเมื่อจบชั้นประถมศึกษาปีที่ 6

กระทรวงศึกษาธิการ (2551 หน้า 51) กล่าวถึง คุณภาพผู้เรียนเมื่อจบชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ว่าเมื่อผู้เรียน เรียนจบชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ควรมีคุณภาพ ดังนี้

1. มีความรู้ความเข้าใจและความรู้ลึกเชิงจำนวนเกี่ยวกับจำนวนนับและศูนย์ เศษส่วน ทศนิยม ไม่เกินสามตำแหน่ง ร้อยละ การดำเนินการของจำนวน สมบัติเกี่ยวกับจำนวน สามารถแก้ปัญห

เกี่ยวกับการบวก การลบ การคูณ และการหารจำนวนนับ เศษส่วน ทศนิยมไม่เกินสามตำแหน่ง และร้อยละ พร้อมทั้งตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้ สามารถหาค่าประมาณของจำนวนนับและทศนิยมไม่เกินสามตำแหน่งได้

2. มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับความยาว ระยะทาง น้ำหนัก พื้นที่ ปริมาตร ความจุ เวลา เงิน ทิศ แผนที่ และขนาดของมุม สามารถวัดได้อย่างถูกต้องและเหมาะสม และนำความรู้เกี่ยวกับการวัดไปใช้แก้ปัญหาในสถานการณ์ต่างๆ ได้

3. มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับลักษณะและสมบัติของรูปสามเหลี่ยม รูปสี่เหลี่ยม รูปวงกลม ทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก ทรงกระบอก กรวย ปริซึม พีระมิด มุม และเส้นขนาน

4. มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับแบบรูปและอธิบายความสัมพันธ์ได้ แก้ปัญหาเกี่ยวกับแบบรูป สามารถวิเคราะห์สถานการณ์หรือปัญหาพร้อมทั้งเขียนให้อยู่ในรูปของสมการเชิงเส้นที่มีตัวไม่ทราบค่าหนึ่งตัวและแก้สมการนั้นได้

5. สามารถรวบรวมข้อมูล อภิปรายประเด็นต่างๆ จากแผนภูมิรูปภาพ แผนภูมิแท่ง แผนภูมิแท่งเปรียบเทียบ แผนภูมิรูปวงกลม กราฟเส้น และตาราง และนำเสนอข้อมูลในรูปของแผนภูมิรูปภาพ แผนภูมิแท่ง แผนภูมิแท่งเปรียบเทียบ และกราฟเส้น ใช้ความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นเบื้องต้นในการคาดคะเนการเกิดขึ้นของเหตุการณ์ต่างๆ ได้

6. ใช้วิธีการที่หลากหลายแก้ปัญหา ใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่างๆ ได้อย่างเหมาะสม ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอได้อย่างถูกต้องและเหมาะสม เชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ในคณิตศาสตร์ และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

หลักการสอนคณิตศาสตร์

ฉวีวรรณ เสวตมัลย์ (2544 หน้า 9-29) ได้แปลบทความของ Max A. Sobel (2001) ซึ่งกล่าวถึงหลักการสอนคณิตศาสตร์ โดยสรุปได้ดังนี้

1. เริ่มต้นบทเรียนด้วยวิธีการที่น่าสนใจ กล่าวคือ ผู้สอนต้องคำนึงถึงการแบ่งเวลาในการสอนอย่างชัดเจน การทบทวนการสอนที่ผ่านมาเพียง 5 นาที ก็สามารทำให้ทราบถึงความสำเร็จและความล้มเหลวในการสอนครั้งก่อนได้อย่างชัดเจน การเรียนการสอนควรเริ่มต้นด้วยความคิด ที่ทำให้ผู้เรียนได้จินตนาการและสร้างความสนใจ โดยเริ่มจากการเดาและการคาดคะเน ควรใช้ในการเริ่มเรียนและช่วงท้ายของการเรียน ผู้สอนควรคำถามที่หลากหลาย ทำท่าย และนำเสนอ

2. การใช้หัวข้อเชิงประวัติศาสตร์ โดยธรรมชาติของวิชาคณิตศาสตร์แล้ว ผู้เรียนจะมองว่าคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่น่าเบื่อ นักคณิตศาสตร์ในภาพที่ผู้เรียนมองเห็นน่าเบื่อเช่นกัน ผู้สอนอาจนำประวัติ

ของนักคณิตศาสตร์ เช่น วันเกิดของนักคณิตศาสตร์ ผลงานเด่น วาทะสำคัญ หรือเรื่องราวที่น่าสนใจทางประวัติศาสตร์เกี่ยวกับเรื่องที่เรียนมาช่วยกระตุ้นให้ผู้เรียนสนใจ และทำให้ห้องเรียนคณิตศาสตร์มีชีวิตชีวามากขึ้น

3. การใช้สื่อการสอนอย่างมีประสิทธิภาพ ผู้สอนอาจผลิตสื่อง่ายๆ ได้ด้วยตนเอง เช่น การพับหรือตัดกระดาษ การใช้เชือก เป็นต้น การใช้สื่อในการสอนจะช่วยกระตุ้นให้ผู้เรียนเกิดความสนใจ และกระตือรือร้นที่จะเรียนรู้มากขึ้น

4. การวางแผนเพื่อให้ผู้เรียนเกิดการค้นพบ เทคนิคการค้นพบสามารถนำไปใช้ในการสร้างความคิดรวบยอดในเรื่องต่างๆ โดยผู้เรียนสามารถสร้างความคิดรวบยอดได้ด้วยตนเอง ซึ่งเป็นการค้นพบแบบสร้างสรรค์ แต่ไม่ใช่ผู้เรียนทุกคนที่สามารถสร้างได้ ในผู้เรียนที่เรียนช้า จำเป็นจะต้องมีครูช่วยในการให้คำแนะนำเพื่อให้ผู้เรียนสร้างความคิดรวบยอดในเรื่องที่เรียนได้อย่างถูกต้อง ซึ่งการค้นพบในลักษณะนี้คือการค้นพบแบบชี้แนวทาง วิธีการค้นพบสามารถพัฒนาทักษะการคิดอื่นๆ ได้ เช่น ความคิดริเริ่ม ความคิดสร้างสรรค์ เป็นต้น

5. การจบท้ายคาบด้วยสิ่งประทับใจ ผู้สอนควรหลีกเลี่ยงการจบคาบแบบเดิมๆ ต้องมีวิธีการที่แปลกใหม่ หลากหลาย เพื่อสร้างความประทับใจให้กับผู้เรียน การจบท้ายคาบด้วยสิ่งประทับใจ จะช่วยให้ผู้เรียนเกิดความกระตือรือร้นที่จะเรียนในครั้งต่อไป

6. บทสรุป ศิลปะการสอน เป็นงานที่ไม่มีที่สิ้นสุด ผู้สอนต้องพยายามหาความรู้ และวิธีการสอนเพิ่มเติมอย่างสม่ำเสมอ

บุญทัน อยู่ชมบุญ (2529 หน้า 24-25) ได้กล่าวถึงหลักการสอนคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. สอนโดยคำนึงถึงความพร้อมของนักเรียน คือ พร้อมในด้านร่างกาย อารมณ์ สติปัญญา และพร้อมในแง่ความรู้พื้นฐานที่จะมาต่อเนื่องกับความรู้ใหม่ โดยครูต้องมีการทบทวนความรู้เดิมก่อน เพื่อให้ประสบการณ์เดิมกับประสบการณ์ใหม่ต่อเนื่องกัน จะช่วยให้นักเรียนเกิดความเข้าใจ และมองเห็นความสัมพันธ์ของสิ่งที่เรียนได้ดี

2. การจัดกิจกรรมการสอนต้องให้เหมาะสมกับวัย ความต้องการ ความสนใจ และความสามารถของนักเรียนเพื่อไม่ให้เกิดปัญหาตามมาภายหลัง

3. ควรคำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคล โดยเฉพาะวิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ครูจำเป็นต้องคำนึงถึงให้มากกว่าวิชาอื่นๆ ในแง่ความสามารถทางสติปัญญา

4. ควรเตรียมความพร้อมทางคณิตศาสตร์ ให้นักเรียนเป็นรายบุคคล หรือรายกลุ่มก่อน เพื่อเป็นพื้นฐานในการเรียนรู้ จะช่วยให้นักเรียนมีความพร้อมตามวัย และความสามารถของแต่ละคน

5. วิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีระบบที่จะต้องเรียนไปตามลำดับขั้น การสอนเพื่อสร้างความคิด ความเข้าใจ ในระยะเริ่มแรกจะต้องเป็นประสบการณ์ที่ง่ายๆ ไม่ซับซ้อน สิ่งที่ไม่เกี่ยวข้อง

และทำให้เกิดความสับสน จะต้องไม่นำเข้ามาในกระบวนการเรียนการสอน การสอนจะเป็นไปตามลำดับขั้นตอนที่วางไว้

6. การสอนแต่ละครั้งจะต้องมีจุดประสงค์ที่แน่นอนว่า จัดกิจกรรมเพื่อตอบสนองจุดประสงค์อะไร

7. เวลาที่ใช้สอน ควรใช้ระยะเวลาพอสมควรไม่นานจนเกินไป

8. ครูควรจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่มีการยืดหยุ่นให้นักเรียนได้มีโอกาสเลือกทำกิจกรรมได้ตามความพอใจ ตามความถนัดของตน และให้อิสระในการทำงานแก่นักเรียน สิ่งสำคัญประการหนึ่ง คือ การปลูกฝังเจตคติที่ดีแก่นักเรียนในการเรียนคณิตศาสตร์ ถ้าเกิดมีขึ้น จะช่วยให้นักเรียนพอใจในการเรียนวิชานี้ เห็นประโยชน์และคุณค่าย่อมจะสนใจมากขึ้น

9. การสอนที่ดีควรเปิดโอกาสให้นักเรียนมีการวางแผนร่วมกับครู เพราะจะช่วยให้ครูเกิดความมั่นใจในการสอน และเป็นไปตามความพอใจของนักเรียน

10. การสอนคณิตศาสตร์ควรให้นักเรียนมีโอกาสทำงานร่วมกันหรือมีส่วนร่วมเป็นการค้นคว้า สรุปกฎเกณฑ์ต่างๆ ด้วยตนเองร่วมกับเพื่อนๆ

11. การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนควรสนุกสนานบันเทิงไปพร้อมกับการเรียนรู้ด้วย จึงจะสร้างบรรยากาศที่น่าติดตามให้แก่นักเรียน

12. นักเรียนจะเรียนได้ดีเมื่อเริ่มเรียนโดยครูใช้ของจริง อุปกรณ์ ซึ่งเป็นรูปธรรม นำไปสู่นามธรรม ตามลำดับ จะช่วยให้นักเรียนเรียนรู้ด้วยความเข้าใจ ไม่ใช่เรียนรู้ด้วยการจำการสอนในอดีตที่ผ่านมา ทำให้เห็นว่าวิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ง่ายต่อการเรียนรู้

13. การประเมินผลการเรียนการสอนเป็นกระบวนการต่อเนื่องและเป็นส่วนหนึ่งของการเรียนการสอน ครูอาจใช้วิธีการสังเกต การตรวจแบบฝึกหัด การสอบถามเป็นเครื่องมือในการวัดผล จะช่วยให้ครูทราบข้อบกพร่องของนักเรียนและการสอนของตน

14. ไม่ควรจำกัดวิธีคำนวณหาคำตอบของนักเรียน แต่ควรแนะนำวิธีคิดที่รวดเร็ว และแม่นยำภายหลัง

15. ฝึกให้นักเรียนรู้จักตรวจสอบเช็คคำตอบด้วยตัวเอง

ในขณะที่ ยูพิน พิพิธกุล (2545 หน้า 11-12) ได้กล่าวเกี่ยวกับหลักการสอนคณิตศาสตร์ไว้ 14 ข้อ ซึ่งสามารถสรุปได้ดังนี้

1. คณิตศาสตร์ควรสอนจากง่ายไปยาก เปลี่ยนจากรูปธรรมไปสู่นามธรรม แต่ไม่ควรเป็นเรื่องที่ยากหรือไกลตัวผู้เรียนมากเกินไป

2. สอนให้สัมพันธ์ความคิดโดยการทบทวนและควรคำนึงถึงความรู้หรือประสบการณ์เดิมของผู้เรียนด้วย

3. เปลี่ยนวิธีไม่นำเนื้อหาซ้ำซาก สอดแทรกบทเรียนไปในกิจกรรมที่ใช้ ผู้สอนควรมีอารมณ์ขัน จะช่วยสร้างบรรยากาศให้ห้องเรียนให้ดีขึ้น

4. ใช้ความสนใจของนักเรียนเป็นจุดเริ่มต้นในการสอน ในขั้นการนำเข้าสู่บทเรียน

5. รวมเรื่องให้เป็นหมวดหมู่ จะช่วยให้ผู้เรียนเข้าใจง่ายขึ้น เรื่องที่สัมพันธ์กันควรสอนไปพร้อมๆ กัน

6. สอนให้ผู้เรียนได้ลงมือทำและหาสรุปจากเรื่องที่เรียนด้วยตนเอง โดยการยกตัวอย่างหลายๆ สถานการณ์ จะช่วยให้ผู้เรียนสามารถสรุปความรู้ได้เร็วขึ้น

7. ผู้สอนควรเป็นผู้กระตุ้นหรือชี้แนะ หาความรู้เพิ่มเติมอยู่เสมอ และควรมีศรัทธาในอาชีพของตน ซึ่งจะส่งผลให้สอนได้ดี

จากแนวคิดของนักการศึกษาเกี่ยวกับหลักการสอนคณิตศาสตร์ ดังที่กล่าวมาสรุปได้ว่าการสอนคณิตศาสตร์ ควรเริ่มสอนจากเรื่องง่ายไปสู่เรื่องยาก ควรเชื่อมโยงประสบการณ์เดิมกับประสบการณ์ใหม่เข้าด้วยกัน สอนโดยใช้สื่อที่เป็นรูปธรรมมากกว่านามธรรม เริ่มจากของจริง ไปสู่สัญลักษณ์ การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเน้นให้นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติจริง ส่งเสริมให้นักเรียนคิดคำนวณและแก้ปัญหาด้วยตนเอง แล้วสามารถสรุปความคิดรวบยอดด้วยตนเองได้ และต้องคำนึงถึงความพร้อมของนักเรียนในทุกๆ ด้านด้วย

ความคิดรวบยอดและการสร้างความคิดรวบยอด

ความหมายของความคิดรวบยอด

นักการศึกษาและนักจิตวิทยาหลายท่านได้ให้ความหมายของความคิดรวบยอดไว้หลากหลายความหมาย ดังตัวอย่างต่อไปนี้

จุไรศิริ ฐรักษา (2557) กล่าวว่า ความคิดรวบยอดมีความหมายที่เน้นไปในเรื่องของความคิดความเข้าใจที่มีต่อสิ่งเร้าต่างๆ อาจกล่าวได้ว่าความคิดรวบยอดของสิ่งใดๆ ก็คือ ความเข้าใจที่มีต่อสิ่งต่างๆ หรือสถานการณ์อย่างใดอย่างหนึ่ง เป็นความคิดที่รับรู้ลักษณะร่วมหรือลักษณะที่เป็นตัวแทนของสิ่งนั้นๆ

นาตยา ปิณฑนานนท์ (2542, หน้า 6) กล่าวว่า ความคิดรวบยอดเป็นองค์ความรู้ที่เกิดจากบุคคลนั้นเอง บุคคลจะต้องมีความเข้าใจในเรื่องนั้นๆ จนสามารถอธิบายเป็นความรู้ของตนเองได้ สามารถนำความรู้ไปปรับใช้ในบริบทต่างๆ ใช้ในการพิสูจน์ อ้างอิง ตรวจสอบสิ่งต่างๆ ความคิดรวบยอดของแต่ละบุคคลจะละเอียดและสมบูรณ์แบบมากขึ้นเรื่อยๆ ขึ้นอยู่กับประสบการณ์ ความรู้ ช่วงวัย และวุฒิภาวะของแต่ละบุคคลด้วย

มาโนช บุญคุ้ม (2554, หน้า 8) ให้ความหมายความคิดรวบยอดว่า ความคิดรวบยอด หมายถึง คำที่ใช้เรียกหรือแทนสิ่งต่างๆ โดยผ่านเหตุการณ์ หรือเรื่องราว เพื่อจัดประเภท และมีการกำหนด ลักษณะร่วมกัน

สุรางค์ โค้วตระกูล (2537, หน้า 210) กล่าวว่าความคิดรวบยอด เป็นคำที่เป็นนามธรรม เป็นรากฐานของความคิด และการสื่อสารความหมายให้ผู้อื่นเข้าใจ ความคิดรวบยอดจะต้องเรียนตาม พัฒนาการทางสติปัญญา และครูต้องรู้จักวิธีการสอนความคิดรวบยอดให้เหมาะสมกับวัยของผู้เรียน

สุวิทย์ และ อรทัย มูลคำ (2545, หน้า 174) กล่าวว่า ความคิดรวบยอดคือความคิด ความเข้าใจ ที่สรุปเกี่ยวกับการจัดกลุ่ม จัดเรื่องราว ทำให้เกิดความเข้าใจสิ่งต่างๆ ได้ง่ายขึ้น การสร้างความคิดรวบยอดจะเกิดขึ้นเร็วหรือช้า ขึ้นอยู่กับประสบการณ์ของแต่ละคน

อาฤทธธีรา สิทธิวงศ์ (2556, หน้า 21) ได้ให้ความหมายของความคิดรวบยอดว่า ความคิดรวบยอด เป็นผลสรุปจากการรับรู้ของบุคคล จากสิ่งเร้าหรือเหตุการณ์ที่มีลักษณะสัมพันธ์กับกฎเกณฑ์ หรือหลักการบางอย่าง โดยเป็นภาพในความคิดที่เกิดจากความเข้าใจของบุคคลต่อเรื่องใดเรื่องหนึ่ง เชื่อมโยงกับสิ่งที่มีลักษณะคล้ายกัน

จากความหมายของความคิดรวบยอดที่กล่าวมานั้น โดยสรุปอาจกล่าวได้ว่า ความคิดรวบยอด หมายถึง การสร้างความรู้ต่างๆ ในความหมายของตนเอง โดยใช้ความเข้าใจและประสบการณ์ต่างๆ ที่ช่วยให้เกิดความคิดรวบยอดเรื่องนั้นๆ ความคิดรวบยอดสามารถเกิดขึ้นได้โดยจะต้องมีการเรียนรู้ตาม พัฒนาการทางสติปัญญา การเกิดความคิดรวบยอดที่สมบูรณ์จะต้องอาศัยประสบการณ์ ความรู้ และวัยของแต่ละบุคคลด้วย

แนวคิดและทฤษฎีเกี่ยวกับความคิดรวบยอด

นักจิตวิทยาและนักการศึกษาหลายท่านให้ความสนใจต่อความคิดรวบยอด โดยได้ให้แนวคิด และทฤษฎีเกี่ยวกับความคิดรวบยอดที่หลากหลาย ดังตัวอย่างต่อไปนี้

Bruner (อ้างใน วิณา วโรตมะวิชัย, 2523 หน้า 6) ได้เสนอทฤษฎีการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับความคิดรวบยอดไว้ 4 บท ดังนี้

1. Construction Theorem การเรียนคณิตศาสตร์ควรให้ผู้เรียนค้นพบกฎต่างๆ ด้วยตนเอง ไม่ควรบอกเพื่อให้จำ การค้นพบด้วยตนเองจะทำให้ผู้เรียนสามารถนำกฎนั้นๆ ไปใช้ได้แม่นยำ

2. Notation Theorem การเสนอความคิดรวบยอด (Concept) 3 ขั้นตอน โดยเริ่มจาก

2.1 Concrete Representation การใช้ของจริงแสดงความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์

2.2 Pictorial Representation การใช้รูปภาพแสดงความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์

2.3 Symbolic Representation การใช้สัญลักษณ์แสดงความคิดรวบยอดทาง

คณิตศาสตร์

3. Construction and Variation Theorem การเรียนที่พัฒนาจากรูปธรรมสู่นามธรรม
อาศัยกระบวนการการเปลี่ยนแปลงและการจัดกัน

4. Theorem of Connectivity การสอนที่จะต้องทำให้รู้จักความสัมพันธ์และความต่อเนื่อง

Mery – Barratta Lorton (อ้างในละออง จันทร์เจริญ, 2540 หน้า 54) ได้สรุปแนวคิดเกี่ยวกับ
ความคิดรวบยอดของ Bruner ว่า ความคิดรวบยอดเป็นขั้นที่ผู้เรียนให้เหตุผลเกี่ยวกับวัตถุสิ่งของที่เห็น
ได้ ให้เหตุผลเกี่ยวกับการกระทำที่สามารถสำรวจสิ่งต่างๆ อย่างอิสระและเป็นการรับรู้ที่ไม่มี
การคำนวณ

ประเภทของความคิดรวบยอด

Bruner (อ้างใน จุไรศิริ ชูรักษ์, 2557 หน้า 3) ได้แบ่งประเภทของความคิดรวบยอดออกเป็น 3
ชนิด ได้แก่

1. ความคิดรวบยอดร่วมลักษณะ (Conjunctive Concept) เป็นความคิดรวบยอดที่เกิดจากการ
มีส่วนร่วมกันของลักษณะเฉพาะ (Attribute) ตั้งแต่ 2 ลักษณะขึ้นไป เช่น สี รูปร่าง ลักษณะภายนอก
และสิ่งที่เราพบเห็นเป็นส่วนใหญ่

2. ความคิดรวบยอดแยกลักษณะ (Disjunctive Concept) เป็นความคิดรวบยอดบ่งถึง
คุณลักษณะที่สังเกตได้

3. ความคิดรวบยอดสัมพันธ์ลักษณะ (Relational Concept) เป็นความคิดรวบยอดที่เกิดจาก
ความสัมพันธ์ระหว่างสมาชิก ความสัมพันธ์ของเหตุการณ์ สภาวะหรือสิ่งเร้าตั้งแต่ 2 อย่างขึ้นไป

จากประเภทของความคิดรวบยอดตามที่ Bruner ได้แบ่งไว้ สรุปได้ว่า Bruner ได้แบ่งประเภท
ของความคิดรวบยอด ตามลักษณะที่เห็นได้อย่างชัดเจน สามารถสังเกตเห็นได้ มีคุณสมบัติที่แตกต่าง
กันหรือมีความสัมพันธ์กันอย่างชัดเจน สามารถนำมาจัดกลุ่มหรือแยกออกจากกันได้

Russel (อ้างใน จุไรศิริ ชูรักษ์, 2557 หน้า 3-4) ได้แบ่งความคิดรวบยอดออกเป็น 8 ลักษณะ
ดังนี้

1. ความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Concept) คือ ความคิดรวบยอดเกี่ยวกับ
ตัวเลข การวัด ซึ่งมีอยู่ในชีวิตประจำวัน

2. ความคิดรวบยอดในเรื่องเวลา (Concept of Time) เป็นความคิดรวบยอดในเรื่องที่เป็น
นามธรรม

3. ความคิดรวบยอดเกี่ยวกับตนเอง (Self - Concept) คือ การที่บุคคลมีความรู้สึกว่าตัวเขาเอง
คือใคร เป็นอะไร เป็นอย่างไร

4. ความคิดรวบยอดทางวิทยาศาสตร์ (Scientific Concept) เป็นความคิดรวบยอดเกี่ยวกับ
เวลาและที่ว่างรวมอยู่ด้วย

5. ความคิดรวบยอดทางสังคม (Social Concept) เป็นความคิดรวบยอดที่เกี่ยวกับความสัมพันธ์ระหว่างบุคคล ชุมชน ประชาธิปไตย ศีลธรรม

6. ความคิดรวบยอดทางสุนทรียภาพ (Aesthetic Concept) เป็นความคิดรวบยอดซึ่งสัมพันธ์กับความคิดรวบยอดที่เกี่ยวกับความสวยงาม และขึ้นอยู่กับความคิดรวบยอดทางสังคม

7. ความคิดรวบยอดเกี่ยวกับความขบขัน (Humoristic Concept) เป็นความคิดรวบยอดที่อยู่ในข่ายของสังคมที่บุคคลนั้นได้ประสบเป็นประจำ ซึ่งบางสิ่งเป็นของขบขันในสังคมหนึ่ง แต่อาจไม่ขบขันในอีกสังคมหนึ่งก็ได้

8. ความคิดรวบยอดเกี่ยวกับเรื่องอื่นๆ (Miscellaneous Concept) เช่น เพศ เป็นต้น

จากประเภทของความคิดรวบยอดตามที่ Russel ได้แบ่งไว้ สรุปได้ว่า Russel ได้แบ่งประเภทของความคิดรวบยอดตามลักษณะการเรียนรู้ การรับรู้ของบุคคล บางประเภทอาจมีความซับซ้อนและซ้ำซ้อนกันอยู่ตามการเรียนรู้

ประโยชน์ของความคิดรวบยอด

สุรางค์ โคว์ตระกูล (2537, หน้า 206) กล่าวถึงความสำคัญของความคิดรวบยอดว่า ความคิดรวบยอดเป็นรากฐานความคิด มนุษย์จะคิดได้ถ้าไม่มีความคิดรวบยอดที่เป็นพื้นฐาน เพราะความคิดรวบยอดจะช่วยให้การตั้งกฎเกณฑ์ หลักการต่างๆ และสามารถชี้แก้ปัญหาได้ นอกจากนี้ความคิดรวบยอดยังช่วยในการสื่อสาร สื่อความหมาย ให้มนุษย์มีปฏิสัมพันธ์ซึ่งกันและกัน

สำนักงานคณะกรรมการการประถมศึกษาแห่งชาติ (อ้างใน มาโนช บุญคุ้ม, 2554 หน้า 13) ได้กล่าวถึงประโยชน์ของความคิดรวบยอด โดยสรุปได้ ดังนี้

1. เกิดการเรียนรู้ที่เป็นระบบ ไม่สับสน ลดความซับซ้อน และประหยัดเวลาในการเรียน
2. เชื่อมโยงและทำให้เกิดความคิดรวบยอดในเรื่องอื่นๆได้ง่าย
3. ช่วยในการติดต่อสื่อสาร ทำให้รวดเร็วและเข้าใจตรงกัน
4. ช่วยให้ครูสอนได้ตรงประเด็นที่ตั้งไว้ และทราบถึงสิ่งที่ควรเน้นในเรื่องที่สอน
5. ช่วยให้ครูสามารถประเมินได้ว่าผู้เรียนได้เรียนมากน้อยเพียงใด

หลักการสอนความคิดรวบยอด

นักจิตวิทยาและนักการศึกษาหลายท่าน ได้เสนอหลักการสอนความคิดรวบยอดที่หลากหลายดังตัวอย่างต่อไปนี้

Klausmeier และ Frayer (อ้างใน สุรางค์ โคว์ตระกูล, 2537 หน้า 208) ได้แบ่งการสอนความคิดรวบยอดออกเป็น 3 แบบ ดังต่อไปนี้

1. หลักการสอนความคิดรวบยอดขั้นรูปธรรมและขั้นเหมือน มีลักษณะดังนี้

1.1 แสดงตัวอย่าง อาจเป็นของจริงหรือรูปภาพ พร้อมของที่เหมือนกับตัวอย่างหลายๆ ชิ้น

- 1.2 ในขณะที่แสดงตัวอย่าง ครูจะต้องบอกชื่อความคิดรวบยอดพร้อมๆ กับตัวอย่าง
- 1.3 ครูจะต้องบอกข้อมูลย้อนกลับให้ผู้เรียนทันทีว่าคำตอบของผู้เรียนถูกหรือผิด การบอกให้ผู้เรียนทราบทันทีว่าคำตอบถูกหรือผิดจะช่วยให้ผู้เรียนจำสิ่งที่เรียนได้ดีขึ้น
- 1.4 ควรแสดงรูปภาพที่มีขนาด หรือสีต่างกันไปให้ผู้เรียนดูและให้ผู้เรียนบอกว่าคืออะไร
- 1.5 ถ้ามีความจำเป็นที่จะต้องสอนซ้ำตั้งแต่ขั้นที่ 1 ถึงขั้นที่ 4 ก็ควรทำ เพื่อให้แน่ใจว่าผู้เรียนได้เรียนรู้ความคิดรวบยอดนั้นๆ แล้ว

2. หลักการสอนความคิดรวบยอดประเภทการจัดกลุ่มขั้นต้น

- 2.1 ยกตัวอย่างความคิดรวบยอดที่ต้องการเสนอ พร้อมกับสิ่งที่ไม่ใช่ตัวอย่าง 2-3 ชนิด
- 2.2 แนะนำให้ผู้เรียนใช้วิธีอนุมานหรืออุปมาน เพื่อหาคุณลักษณะพิเศษของความคิดรวบยอดนั้นๆ
- 2.3 ให้ผู้เรียนให้คำจำกัดความความคิดรวบยอดนั้นๆ ด้วยตนเอง
- 2.4 ให้ผู้เรียนเลือกสิ่งที่เป็นความคิดรวบยอดนั้นๆ โดยใช้หลักจากข้อ 2 เป็นเกณฑ์

3. หลักการสอนความคิดรวบยอดขั้นที่มีวุฒิภาวะและขั้นสูง

- 3.1 เตรียมผู้เรียนให้มีความสนใจและใส่ใจความคิดรวบยอดที่จะเรียน โดยบอกชื่อความคิดรวบยอดที่จะเรียน
- 3.2 ให้ตัวอย่างและสิ่งที่ไม่ใช่ตัวอย่างของความคิดรวบยอดนั้นๆ และให้ผู้เรียนเรียนรู้พร้อมกับสิ่งที่ไม่ใช่ตัวอย่าง โดยใช้รูปภาพหรือสิ่งของ
- 3.3 ใช้คำถามในการกระตุ้นให้ผู้เรียนบอกชื่อสิ่งที่เป็นความคิดรวบยอดนั้นๆ โดยให้คำเฉลยกับผู้เรียนเพียงใช้ หรือไม่ใช่ เพื่อให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ความคิดรวบยอด
- 3.4 ให้ผู้เรียนได้ให้คำจำกัดความเกี่ยวกับความคิดรวบยอดนั้นๆ ด้วยตนเอง
- 3.5 เปิดโอกาสให้ผู้เรียนนำความคิดรวบยอดนั้นๆ ไปใช้ในการแก้ปัญหานั้นๆ
- 3.6 บอกให้ผู้เรียนทราบว่าความคิดรวบยอดนั้นผิด หรือถูก

มฤดี ถั่วเฉลิมวงศ์ (2541) ได้นำหลักการสอนความคิดรวบยอดในรูปแบบต่างๆ มาสรุปเป็นขั้นตอน ดังนี้

1. ชี้นำเข้าสู่บทเรียน เป็นขั้นที่ต้องแจ้งให้ผู้เรียนทราบว่าเรียนอะไรเพื่อเป็นการกระตุ้นความสนใจในการเรียน
2. ชี้นำตัวอย่าง เป็นขั้นการให้ตัวอย่าง อาจเป็นรูปภาพหรือของจริง เพื่อให้ผู้เรียนเกิดความคิดรวบยอดที่ชัดเจน

3. ขั้นสรุปรวบยอด เป็นการให้ผู้เรียนได้สรุปความคิดรวบยอดด้วยตนเอง เป็นภาษาของตนเองตามความเข้าใจที่เกิดขึ้นกับความคิดรวบยอดนั้นๆ โดยมีครูเป็นผู้คอยให้คำแนะนำ
4. ขั้นทดสอบ ทำการทดสอบเพื่อตรวจสอบผู้เรียนว่ามีความเข้าใจที่ถูกต้องแม่นยำ เกี่ยวกับความคิดรวบยอดนั้นๆ

Ausubel (อ้างใน สุรางค์ โคว์ตระกูล, 2537 หน้า 207) ได้เสนอหลักการสอนความคิดรวบยอด โดยแบ่งเป็น 5 ขั้นตอน ดังนี้

1. การให้ความคิดรวบยอดในความหมายที่กว้าง ครอบคลุมความหมายย่อยหลายๆ ชนิด
2. เน้นให้ผู้เรียนทราบคุณลักษณะเฉพาะของความคิดรวบยอด
3. จัดกลุ่มลักษณะเฉพาะของความคิดรวบยอด
4. ให้ตัวอย่างเฉพาะ อาจจะเป็นสัตว์ สิ่งของ ที่มีคุณลักษณะเหมือนความคิดรวบยอดนั้นๆ
5. สรุปลักษณะเด่นของความคิดรวบยอด พร้อมยกตัวอย่าง

นอกจากนั้น Gagné (อ้างใน สุรางค์ โคว์ตระกูล, 2537 หน้า 208) ยังได้เสนอหลักการสอนความคิดรวบยอดที่มีขั้นตอนตรงข้ามกับAusubel โดย Gagné กล่าวว่า การสอนความคิดรวบยอดควรสอนโดยเริ่มจากความคิดรวบยอดที่เฉพาะและง่ายก่อน โดยให้ผู้เรียนทราบคำจำกัดความหรือคุณลักษณะความคิดรวบยอดพื้นฐานก่อนที่จะสร้างกฎ หรือหลักการของความคิดรวบยอดที่กว้าง เพื่อให้ผู้เรียนได้มองเห็นความสัมพันธ์ของความคิดรวบยอดย่อยกับความคิดรวบยอดอย่างกว้าง

จากหลักการสอนความคิดรวบยอดที่ยกตัวอย่าง สามารถนำมาสรุปได้ดังนี้

1. การบอกเรื่องที่ต้องการสอนความคิดรวบยอด เพื่อกระตุ้นความอยากรู้ และความสนใจของผู้เรียนให้เกิดขึ้นกับเรื่องนั้นๆ
2. การให้ตัวอย่าง ผู้สอนจำเป็นต้องให้ตัวเองเกี่ยวกับความคิดรวบยอดนั้นๆ อย่างชัดเจน ใช้สื่อการสอนที่ชัดเจนและหลากหลาย ทั้งรูปภาพ ของจริง หรือสื่อเทคโนโลยีต่างๆ เพื่อกระตุ้นความสนใจ และช่วยให้ผู้เรียนเกิดความคิดรวบยอดในเรื่องนั้นๆอย่างชัดเจน
3. การตรวจสอบความเข้าใจ จะต้องให้ผู้เรียนได้แสดงความคิดเห็นเกี่ยวกับเรื่องที่เรียน ให้ผู้เรียนได้สรุปความรู้และนำเสนอเป็นภาษาของตนเอง ผู้สอนจะได้ทราบว่าผู้เรียนเกิดความคิดรวบยอดที่ถูกต้องหรือไม่ โดยผู้สอนต้องเน้นย้ำความถูกต้องแก่ผู้เรียนอย่างชัดเจน
4. การเชื่อมโยง เป็นการเชื่อมโยงความคิดรวบยอดนั้นๆ ไปยังเรื่องอื่น เปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้นำความคิดรวบยอดนั้นไปใช้แก้ปัญหาในเรื่องอื่น และชี้ให้เห็นว่าความคิดรวบยอดเรื่องนั้นสามารถนำไปต่อขยายความเข้าใจในเรื่องอื่นๆ ได้

กระบวนการเรียนรู้ความคิดรวบยอด

Ausubel (อ้างในสุรางค์ โคว์ตระกูล, 2537 หน้า 207) ได้สรุปกระบวนการการเรียนรู้ความคิดรวบยอดว่า กระบวนการเรียนรู้ความคิดรวบยอด แบ่งได้เป็น 2 อย่าง ได้แก่

Concept Formation คือ การเรียนรู้ความคิดรวบยอดจากประสบการณ์การเรียนรู้ เป็นการเรียนรู้แบบค้นพบ หรือใช้วิธีอุปมาน เช่น เด็กเรียนรู้ความคิดรวบยอดเกี่ยวกับของใช้ภายในบ้าน โดยใช้ประสบการณ์ “ถ้าออกไปข้างนอก ต้องใส่หมวก” เด็กรับรู้รูปร่างหมวก และใช้คำว่า “หมวก” แทนรูปร่างที่ตนรับรู้

Concept Assimilation คือ กระบวนการเรียนรู้ความคิดรวบยอดแบบอุปมาน โดยทราบคำจำกัดความของความคิดรวบยอด พร้อมตัวอย่างของความคิดรวบยอดและคุณลักษณะเฉพาะของความคิดรวบยอดนั้น

ขั้นตอน RAMR

ความเป็นมาของขั้นตอน RAMR

ขั้นตอน RAMR เป็นการรวบรวมแนวคิดและทฤษฎีการเรียนรู้คณิตศาสตร์ จากรูปธรรมสู่นามธรรม และการจัดกิจกรรมคณิตศาสตร์จากนักการศึกษาหลายๆ ท่าน โดยอาจารย์ Matthews นักคณิตศาสตร์ประยุกต์ชาวออสเตรเลียพื้นเมือง ซึ่ง RAMR ถูกพัฒนาโดยโครงการ Yumi Deadly Math (YDM) ซึ่งเป็นโครงการที่ต้องการพัฒนาและส่งเสริมผลลัพธ์ทางการเรียนรู้คณิตศาสตร์ และเน้นเรื่องการพัฒนาการสอนคณิตศาสตร์ในระดับอนุบาล จนถึงประถมศึกษาปีที่ 6 ให้มีประสิทธิภาพมากขึ้น โครงการดังกล่าวได้รับการสนับสนุนจาก Queensland University of Technology (QUT) เพื่อพัฒนาบุคลากรทางคณิตศาสตร์ และพัฒนาผลการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนในประเทศออสเตรเลียอีกด้วย (Yumi Deadly Maths Program, 2014 หน้า 1)

แนวคิดเกี่ยวกับขั้นตอน RAMR

Baturo, Cooper, Doyle, & Grant (อ้างใน Edlyn Grant, Lyn English David Nutchey, 2016 หน้า 496) ได้นำเสนอ ระดับการเรียนการสอนและกลยุทธ์ทั่วไปเกี่ยวกับการเรียนการสอน 3 ระดับ ดังนี้

1. การใช้สื่อวัสดุ อุปกรณ์ต่างๆ ในการเรียนการสอน
2. การจัดกิจกรรมที่ให้ประสบการณ์ อย่างมีประสิทธิภาพสำหรับการเรียนรู้แต่ละครั้ง
3. สอนในทิศทางตรงกันข้าม หรือการสอนแบบย้อนกลับ และการตรวจสอบความเข้าใจ

จากแนวคิดดังกล่าว สามารถสรุปได้ว่า ระดับการสอนและกลยุทธ์ทั่วไป จะมีการใช้สื่อ และกิจกรรมในการสอน เพื่อให้การเรียนรู้ประสบความสำเร็จ และต้องมีการตรวจสอบความเข้าใจของผู้เรียนด้วย

Matthews Grant (อ้างใน Edlyn Grant , Lyn English David Nutchey, 2016 หน้า 496) ได้นำเสนอแนวคิดและข้อสรุปเกี่ยวกับขั้นตอน RAMR โดยกล่าวว่า ขั้นตอน RAMR เริ่มต้นและจบลงด้วยความเป็นจริงในชีวิตของนักเรียน มันเริ่มต้นขึ้นกับบางสิ่งบางอย่างที่เป็นประโยชน์ต่อนักเรียน ดำเนินการผ่านตัวแทน และกิจกรรมต่างๆเพื่อเชื่อมโยงสู่ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ และสุดท้ายคือการสะท้อนกลับไปยังชีวิตจริงของนักเรียน โดยความรู้และความคิดของนักเรียนเอง

จากแนวคิดของนักการศึกษาข้างต้น สรุปได้ว่า กิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ จะต้องเริ่มจากสถานการณ์หรือสิ่งที่อยู่ในชีวิตจริง และจบลงด้วยชีวิตจริง โดยเชื่อมโยงความรู้เดิมสู่ความรู้ใหม่ผ่านกิจกรรมต่างๆ นำไปสู่ภาษาทางคณิตศาสตร์ ขยายความรู้และสุดท้ายคือการตรวจสอบความเข้าใจโดยการสะท้อนความคิด

องค์ประกอบของขั้นตอน RAMR

พื้นฐานของขั้นตอน RAMR มีองค์ประกอบทั้งหมด 4 องค์ประกอบ ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

1. ชีวิตจริง (R : Reality) องค์ประกอบที่เป็นรูปธรรมของขั้นตอน เป็นการให้ความรู้ที่เข้าถึงความรู้เกี่ยวกับสิ่งแวดล้อมและวัฒนธรรม การใช้ความรู้ที่มีเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ให้เป็นประโยชน์กับแนวคิดใหม่ๆ ทางคณิตศาสตร์ ประสบการณ์และความจริงที่แสดงออกทางความคิด

มุ่งเน้นไปในเรื่องการเชื่อมโยงความคิดใหม่ กับความคิดที่มีอยู่เดิม ประสบการณ์ในชีวิตประจำวันประเภทกิจกรรมการเรียนรู้ทางความรู้สึก ทางกายภาพ การมองเห็น ถือเป็นองค์ประกอบที่มีอิทธิพลมาก ซึ่งมีความสำคัญมากสำหรับนักเรียน ที่จะให้นักเรียนมีโอกาสร้างประสบการณ์ของตนเอง ทั้งนี้จะให้นักเรียนมีความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ที่มากขึ้น

2. นามธรรม (A : Abstraction) กระบวนการนามธรรมเป็นกระบวนการที่นักเรียนจะได้สัมผัสกับความหลากหลายของตัวแทนต่างๆ การกระทำ และภาษาที่สามารถช่วยพัฒนาในด้านความคิดทางคณิตศาสตร์ จากนามธรรมสู่รูปธรรม มุ่งเน้นกิจกรรมทางร่างกาย การสัมผัส การมองเห็น ทำให้นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติ นักเรียนจำเป็นต้องได้รับตัวแทนที่หลากหลายเพื่อเปรียบเทียบและสร้างความเข้าใจที่มากขึ้น ทำให้นักเรียนได้ทำการพิสูจน์หลักการ แนวคิด หรือทฤษฎีต่างๆ จนเกิดความเข้าใจและสร้างองค์ความรู้ได้ด้วยตนเอง ทำให้นักเรียนเข้าใจถึงความสัมพันธ์สัญลักษณ์ ตัวแทน และความจริง

3. คณิตศาสตร์ (M :Mathematic) คือการจัดสรรภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ เชื่อมโยงชีวิตจริง และนามธรรมเข้ากับความคิดทางคณิตศาสตร์ มุ่งเน้นที่จะให้ความช่วยเหลือ นักเรียน ในการจัดชุดความคิดของนักเรียนจากการเชื่อมโยง การรับรู้ นำมาตีความในรูปของ สัญลักษณ์หรือภาษาทางคณิตศาสตร์ เป็นการเพิ่มเติมความสามารถในการเข้าถึงความรู้ทาง คณิตศาสตร์

4. ภาพสะท้อน (R :Reflection) ภาพสะท้อนเป็นกระบวนการที่สำคัญมากในขั้นตอน RAMR เป็นการพิจารณาความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์กับความจริง การตรวจสอบและปรับความเข้าใจ รวมทั้งขยายความคิดทางคณิตศาสตร์ไปยังเรื่องอื่นๆ

ภาพสะท้อนนี้ เป็นการสะท้อนให้เห็นถึงความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่นักเรียนได้เรียนมา สะท้อนความสัมพันธ์ระหว่างความเป็นจริงในชีวิตของนักเรียน ตัวแทนที่นักเรียนใช้ จนถึงสัญลักษณ์ ทางคณิตศาสตร์เป็นการตรวจสอบพัฒนาการทางความคิดที่สะท้อนออกมาในชุดความคิด หรือองค์ ความรู้ของนักเรียนเอง (Yumi Deadly Math Program, 2014)

การประยุกต์ใช้ขั้นตอน RAMR ในบทเรียน

การใช้ขั้นตอน RAMR ในบทเรียนคณิตศาสตร์ สามารถใช้ในการวางแผนการเรียน การสอน การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้ขั้นตอน RAMR โดยสรุปได้ ดังนี้

1. ขั้นชีวิตจริง (Reality) ครูสามารถเชื่อมโยงเนื้อหาที่จะสอนกับสถานการณ์ในชีวิตจริง หรือ สิ่งที่ใกล้ตัว หรือสิ่งที่นักเรียนได้พบ เพื่อทำให้นักเรียนได้เห็นภาพของเนื้อหานั้นๆ ที่มีอยู่ในชีวิตจริง ทำให้นักเรียนใช้สถานการณ์นั้นในการจดจำความรู้ในขั้นแรก

2. ขั้นนามธรรม (Abstraction) ครูจะต้องจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยเน้นให้ผู้เรียนได้ ปฏิบัติ ได้สัมผัสกับสื่อ หรือตัวแทนต่างๆ ที่ใช้แทนเนื้อหานั้นๆ โดยจะต้องมีตัวแทนที่หลากหลาย ครูจะเป็นผู้สนับสนุนในการทำกิจกรรม ช่วยเหลือในการทำกิจกรรม

ในการทำกิจกรรมครูจะต้องเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ลองผิดลองถูก เพื่อสร้างองค์ความรู้ ที่ถูกต้องเกี่ยวกับเนื้อหานั้นๆ และให้ผู้เรียนได้นำประสบการณ์เดิมมาใช้ในการเรียนรู้สิ่งใหม่ๆ ด้วย

3. ขั้นคณิตศาสตร์ (Mathematic) หลังจากจัดกิจกรรมปฏิบัติ และการสัมผัสแล้ว ครูจะต้องทำ การเชื่อมโยงสื่อหรือตัวแทน เข้ากับสัญลักษณ์หรือภาษาทางคณิตศาสตร์ และให้นักเรียนพยายาม เชื่อมโยงด้วยตนเอง โดยลำดับขั้นการเชื่อมโยงจากชีวิตจริง สู่การปฏิบัติ และสัญลักษณ์หรือภาษาทาง คณิตศาสตร์

ในขั้นนี้ครูจะต้องคอยตรวจสอบความถูกต้องของการเชื่อมโยง เพราะนักเรียนจะได้ นำ ตัวแทนต่างๆ ที่ได้สัมผัส มาเชื่อมโยงเป็นสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ และสร้างองค์ความรู้เป็นของ ตนเอง นอกจากตรวจสอบแล้ว ครูจะต้องกระตุ้นให้ผู้เรียนทุกคนพยายามเชื่อมโยงและสร้างองค์ ความรู้ของตนเองด้วย

4. ขั้นภาพสะท้อน (Reflection) ขั้นตอนที่สำคัญที่สุด ครูจะต้องเปิดโอกาสให้นักเรียนได้แสดงความคิดเห็นจากเรื่องที่ได้อ่าน ครูต้องใช้คำถามเพื่อกระตุ้นการคิด และให้ผู้เรียนได้สื่อสารความเข้าใจของตนในเรื่องนั้นๆ ออกมา และครูจะต้องใช้คำถามที่จะโยงความรู้ของนักเรียนไปยังขั้นแรก คือขั้นชีวิตจริง

ในขั้นนี้ครูจะต้องเปิดโอกาสให้นักเรียนได้พูด หรือเขียนในสิ่งที่นักเรียนได้เรียนรู้ เป็นภาษาของตนเอง (Yumi Deadly Centre, 2014)

ในการศึกษาครั้งนี้ ได้นำขั้นตอน RAMR มาใช้ในการจัดการเรียนการสอน เพื่อสร้างความคิดรวบยอด เรื่องเศษส่วน สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 โดยนำกระบวนการสอนในแต่ละขั้นตอนมาใช้ เพื่อให้ผู้เรียนได้เชื่อมโยงความรู้กับชีวิตจริง ทำกิจกรรมปฏิบัติ ที่มีการใช้สื่อของจริงและรูปภาพ เพื่อให้ผู้เรียนได้เชื่อมโยงความรู้จากประสบการณ์ส่วนามธรรมสู่ขั้นตอนการจัดสรรภาษาทางคณิตศาสตร์ โดยใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ และสรุปความรู้ ความคิดของผู้เรียนเป็นความคิดรวบยอดในขั้นภาพสะท้อน ซึ่งในทุกๆ แผนการจัดการเรียนรู้ จะใช้ขั้นตอน RAMR ครอบคลุมขั้นตอน

งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ดวงเดือน คณานุศักดิ์ (2553) ศึกษาการพัฒนาความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นอนุบาลปีที่ 1 โดยใช้สื่อประสม กลุ่มเป้าหมายในการศึกษาคือนักเรียนชั้นอนุบาลปีที่ 1 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2552 จำนวน 10 คน ของศูนย์พัฒนาเด็กเล็กเทศบาลตำบลแม่แจ่ม อำเภอแม่แจ่ม จังหวัดเชียงใหม่ โดยใช้ชุดสื่อประสม ผลการศึกษา พบว่า ผลการใช้สื่อประสมและผลจากการใช้แบบสังเกตพฤติกรรมด้านสังคมของนักเรียนสูงกว่าเกณฑ์ที่กำหนดไว้ร้อยละ 65

มานิช บุญคุ้ม (2554) ศึกษาการพัฒนาความคิดรวบยอดเรื่อง รูปสี่เหลี่ยม และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โดยใช้กิจกรรมปฏิบัติ โรงเรียนชุมชนบ้านร่องเข้ อำเภอวังยาง จังหวัดแพร่ กลุ่มเป้าหมายคือนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2553 จำนวน 30 คน ผลการศึกษาพบว่า นักเรียนจำนวน 22 คน สามารถให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เรื่องรูปสี่เหลี่ยม ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 70 ผลการใช้กิจกรรมปฏิบัติ ทำให้นักเรียนเกิดความคิดรวบยอดเรื่อง รูปสี่เหลี่ยม โดยนักเรียนส่วนใหญ่ใช้ความคิดรวบยอดในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

สุนันท์ อ่อนน้อม (2555) ได้ศึกษาการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมความคิดรวบยอดและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องการวัดความยาว สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนบ้านด่าน จังหวัดน่าน ศึกษาจากเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 12 คน ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2554 ผลการศึกษาพบว่า นักเรียนทุกคนสามารถทำแบบทดสอบวัดความคิดรวบยอด

และแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การวัดความยาว ผ่านเกณฑ์ที่กำหนด ร้อยละ 60

อัจฉรา ใจกล้า (2557) ศึกษาการใช้กิจกรรมปฏิบัติเพื่อส่งเสริมการสร้างความคิดรวบยอด เรื่อง รูปวงกลมของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนอนุบาลจุน (บ้านบัวสถาน) จังหวัดพะเยา กลุ่มตัวอย่างคือ นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6/1 โรงเรียนอนุบาลจุน (บ้านบัวสถาน) ที่กำลังเรียนใน ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2557 จำนวน 31 คน พบว่า นักเรียนทำแบบทดสอบความคิดว่ายอดเรื่อง รูปวงกลมได้สูงสุดนักเรียนผ่านเกณฑ์ร้อยละ 60 เรื่องรูปวงกลม จำนวน 26 คน จากนักเรียนจำนวน 31 คน คิดเป็นร้อยละ 83.87 นักเรียนส่วนใหญ่เกิดความคิดรวบยอดเรื่องรูปวงกลม

อาอุทธิ์ศรา สิทธิวงศ์ (2556) ศึกษาการพัฒนาความคิดรวบยอด เรื่อง ทศนิยม ของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนแม่สายประสิทธิ์ศาสตร์ จังหวัดเชียงราย กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษา คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1/3 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2555 จำนวน 4 คน ผลการศึกษาพบว่า นักเรียนมีความคิดรวบยอดเรื่องการเปรียบเทียบการบวกและการลบทศนิยม ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 60 จำนวน 35 คน ผลการทดสอบวัดความคิดรวบยอด นักเรียนผ่านเกณฑ์ร้อยละ 60

Gillian Kidman (2014) ศึกษาผลการสอนคณิตศาสตร์ เรื่อง เรขาคณิต โดยใช้ขั้นตอน RAMR กลุ่มตัวอย่างคือ นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2555 พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่ เห็นพ้องต้องกันว่า การใช้ขั้นตอน RAMR ช่วยทำให้ห้องเรียนสนุก ไม่น่าเบื่อ ผู้เรียนได้สร้าง องค์ความรู้เป็นของตัวเอง โดยรวมนักเรียนมีความพึงพอใจต่อการเรียนการสอนโดยใช้ขั้นตอน RAMR

จากการศึกษาการศึกษาที่เกี่ยวข้อง กับการพัฒนาความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ และการสอนโดยใช้ขั้นตอน RAMR พบว่า การพัฒนาความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ ส่วนมากจะใช้สื่อการสอน และการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน เพื่อส่งเสริมการสร้างความคิดรวบยอดของผู้เรียน ซึ่งการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนนั้นจะทำให้ผู้เรียนให้ความสนใจ และกระตือรือร้นในการเรียน สอดคล้องกับผลการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้ขั้นตอน RAMR ผู้เรียนมีความพึงพอใจในการเรียน โดยใช้ขั้นตอน RAMR เนื่องจากมีขั้นตอนที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ มีสื่อและกิจกรรมที่หลากหลาย เหมาะแก่การเรียนรู้อย่างดี และเป็นกิจกรรมที่สามารถทำให้ผู้เรียนเกิดความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์